תוכנית הלימודים לכיתה ח'
הנחיות כלליות[1]

<u>מבנה התוכנית ועקרונותיה</u>:

א. כמו בכיתה ז', תוכנית הלימודים מחולקת לשלושה תחומים - תחום מספרי, תחום אלגברי ותחום גאומטרי. על שלושת התחומים להילמד תוך שילוב מושכל ביניהם. בכל נושא מובאים הן דגשים והן דוגמאות אפשריות לשילוב בין התחומים.

ב. הלימוד מבוסס על שלושה סבבים, כשבכל אחד מהם יש למידה של כל אחד משלושת התחומים. כל סבב מתבסס על הסבבים שקדמו לו.

ג. לימודי התחום המספרי בכיתה ח' מושתתים על הידע שנצבר במהלך בית הספר היסודי ובכיתה ז'. מושג היחס, הנלמד בתחילת השנה כסבב נוסף ללימודי בית הספר היסודי, מהווה מוטיב מרכזי בהמשך הלימודים בכיתה ח' במגוון נושאים: קנה מידה, קטעים פרופורציוניים, דמיון משולשים, שיפוע של קו ישר, פונקציה קווית מהצורה $y = mx$, אחוזים, שכיחות יחסית והסתברות.

ד. לימודי התחום האלגברי בכיתה ח' מבוססים על המושגים והמיומנויות שנלמדו בכיתה ז' כגון ביטוי אלגברי, פתרון משוואה ומושג הפונקציה. בכיתה ח' מושג הפונקציה הקווית מוביל אל עבר פתרון משוואות קוויות, מערכות משוואות קוויות בשני נעלמים, אי-שוויונות, משוואות עם ערך מוחלט וכן שאלות מילוליות שפתרונן נעשה באמצעים אלה.

ה. לימודי הגאומטרייה בכיתה ח', בדומה לכיתה ז', נלמדים בגישה קדם-דדוקטיבית, והם מושתתים על היכרות עם המושגים שנלמדו בכיתה ז'. המושגים המרכזיים הנלמדים בכיתה ח' (חפיפה ודמיון) נלמדים כבסיס וככלי עזר ללימודי הגאומטרייה ההיסקית בהמשך הלימודים. לפיכך, תשומת לב רבה מופנית בלימודי הגאומטרייה בכיתה ח' לחיזוק השכנוע הפנימי של התלמידים באשר לנכונות משפטי החפיפה ומשפט הדמיון שאליהם הם נחשפים, להגיון שטמון בהם וכן מדוע התנאים בכל אחד ממשפטים אלה הכרחיים ומספיקים.

ו. בתוכנית תכנים נוספים (על רקע אפור) בעבור תלמידים מתקדמים ומתעניינים.

---

[1] בתכנית מופיעות דוגמאות הלקוחות ממבחני המיצ"ב:
http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Rama/MivchaneyMadafLamore02/
וכן דוגמאות שפותחו בנושא צרכנות נבונה בשיתוף פעולה עם המועצה הישראלית לצרכנות:
http://www.consumers.org.il/category/learncenter

סבב 1

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי
פונקציה קווית **אי-שוויון** (20 שעות)	**יחס, פרופורציה, קנה מידה** (20 שעות)	**משולשים חופפים,** **תיכון ומשולש שווה שוקיים** (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)

תחום אלגברי: 1. פונקציה קווית, אי-שוויון (20 שעות)

נושאי הלימוד	דגשים ודוגמאות
הפונקציה הקווית	**פונקציה קווית היא פונקציה שבה קצב ההשתנות הוא אחיד.** דגשים: 1. התלמידים מכירים את המושג "קצב השתנות אחיד" מכיתה ז. 2. בפרק זה נעשית האחדה בין שלושה היבטים של הפונקציה הקווית: פונקציה שבה קצב ההשתנות הוא אחיד, פונקציה שהגרף שלה הוא קו ישר, ופונקציה שהייצוג האלגברי שלה הוא מהצורה: $y = mx + b$. 3. יש לפתוח בדוגמאות של פונקציות שבהן קצב ההשתנות אחיד (טבלאות ערכים וגרפים) וללמוד שכל הפונקציות שבהן קצב ההשתנות הוא אחיד ניתנות לייצוג באמצעות משוואה מהצורה $y = mx + b$. 4. יש ללמוד את המשמעות של ה**שיפוע** של פונקציה קווית (היחס שבין ההשתנות של y ובין ההשתנות של x), ולזהות את ערכו עם המקדם של x בייצוג האלגברי של הפונקציה. 5. יש ללמוד שהגרפים של שתי פונקציות קוויות (שונות) שלהן אותו שיפוע הם **מקבילים**. 6. יש לקשר בין **הסימן של השיפוע** ובין עליה/ירידה של פונקציה קווית. השיפוע של פונקציה קבועה הוא אפס. 7. יש לקשר בין **המקדם החופשי** בפונקציה הקווית (הפרמטר b), ובין ערך הפונקציה כש-$x=0$, ובין נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-y בייצוג הגרפי. 8. יש ללמוד למצוא את נקודת החיתוך של גרף של פונקציה קווית עם ציר ה-x. זו הזדמנות לחזור על פתרון משוואות ממעלה ראשונה. 9. יש ללמוד למצוא ייצוג אלגברי של פונקציה קווית בהינתן גרף, בהינתן ערכיה בשתי נקודות ובהינתן ערכה בנקודה אחת והשיפוע שלה. 10. מומלץ לפתח יכולת לאמוד את גודלו של השיפוע מתוך התבוננות בגרף. דוגמאות: 1. לפניכם ייצוג של פונקציה g כטבלת ערכים חלקית: (יש לחזור על כך שאנו מניחים שניתן ללמוד מהטבלה על הפונקציה גם עבור ערכים שאינם בטבלה) x: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 g(x): 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22 א. האם פונקציה זו מתארת קצב השתנות אחיד? נמקו את תשובתכם. ב. מהו קצב ההשתנות של הפונקציה? ג. שרטטו את הגרף של פונקציה זו. ד. מהו ערך הפונקציה בנקודות $x = 8$, $x = 12$ ו- $x = 100$?

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

2. נתונה הפונקציה $y = 2x + 4$
א. בנו טבלת ערכים חלקית שבה 5 נקודות.
ב. שרטטו את הגרף של פונקציה זו.
ג. מהו קצב ההשתנות (השיפוע) של הפונקציה?
ד. מהו ערך הפונקציה כש- $x = 0$?
ה. בעבור איזה ערך של x ערך הפונקציה הוא אפס?

3. נתון גרף של פונקציה קווית:

א. בנו טבלת ערכים חלקית הכוללת 5 נקודות.
ב. מהו קצב ההשתנות (השיפוע) של הפונקציה?
ג. מהו ערך הפונקציה כש- $x = 0$?
ד. מהו הייצוג האלגברי של גרף זה?

4. נתון שגרף של פונקציה קווית עובר דרך הנקודות $(1,–2)$ ו- $(3,2)$.
א. מהו קצב ההשתנות של הפונקציה?
ב. שרטטו את גרף הפונקציה.
ג. מהו ערך הפונקציה כש- $x = 0$? כש- $x = 5$?
ד. מהו הייצוג האלגברי של פונקציה זו?

5. מהו הייצוג האלגברי של הגרף הישר העובר דרך הנקודה $(3,5)$ ומקביל לישר העובר דרך הנקודות $(2,4)$ ו- $(3,6.5)$?

6. נתונות שתי הפונקציות: $g(x) = –2x – 10$ $f(x) = 3x + 5$
א. שרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות במערכת צירים משותפת.
ב. מהם שיעורי נקודת החיתוך של שני הגרפים?
ג. מהו הערך של x שעבורו $f(x) = g(x)$?

<u>הערות</u>:
1. לפונקציה קווית קוראים גם **פונקציה ממעלה ראשונה**, או **פונקציה ליניארית**.
2. **קו אנכי** אינו גרף של פונקציה ולמרות זאת יש לו ייצוג אלגברי.
3. כשלומדים **אי-שוויונית קוויים** מומלץ לקשר אותם ל**תחומי חיוביות/שליליות** של הפונקציה הקווית.

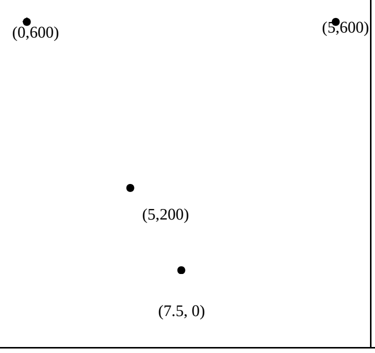
</td>
</tr>
<tr>
<td>

ייצוג תופעות באמצעות פונקציות קוויות

</td>
<td>

<u>דגשים</u>:
1. יש לעסוק בפונקציות קוויות בהקשר של שאלות מילוליות.
2. יש לפתור בעיות המתארות תהליכי השתנות באמצעות פונקציות קוויות.

<u>דוגמה</u>:



משאית יצאה בשעה 6:00 מאילת לקריית שמונה (המרחק בין הערים כ-600 ק"מ).
באותה השעה יצאה משאית אחרת מקריית שמונה לכיוון אילת. האיור מימין מציג גרפים המתארים את המרחק מאילת של שתי המשאיות בזמנים שונים.
א. בגרף מסומנות 4 נקודות. הסבירו מה מתארות נקודות אלה.
ב. מה הייתה מהירותה של המשאית שיצאה מאילת?
ג. באיזו שעה ובאיזה מרחק מאילת נפגשו המשאיות?
ד. איזו משתי המשאיות נסעה מהר יותר וכיצד ניתן לדעת זאת?

</td>
</tr>
</table>

אי-שוויונות קוויים	הכרות ראשונית עם מושג ה**אי-שוויון האלגברי** ופתרונו. דגשים: 1. אי-שוויון אלגברי הוא אי-שוויון שלפחות באחד משני האגפים שלו יש משתנה או נעלם (תלוי בהקשר). 2. פתרון של אי-שוויון אלגברי הוא מציאת תחום הערכים של המשתנה שעבורו אי-השוויון מתקיים. 3. בשלב זה של הלימוד המכנים בשברים אלגבריים הם מספריים בלבד. 4. יש לעסוק באי-שוויונות קוויים באמצעים אלגבריים וגרפיים. 5. יש לעסוק בפתרון אי-שוויונות שבהם אי-השוויון הופך כיוון כתוצאה מכפל או חילוק במספר שלילי. דוגמאות: 1. מהם תחומי הערכים של x שעבורם מתקיימים אי-השוויונות הבאים: א. $x + 3 < 7.1$ ב. $8x - 4 > 17.2$ ג. $-2x > 1.3$ 2. נתונות שתי הפונקציות: $g(x) = 3x - 7$ $f(x) = -2x + 3$ א. שרטטו את הגרפים של שתי הפונקציות על אותה מערכת צירים. ב. מהו תחום הערכים של x שעבורו $f(x) < 0$? ג. מהי הנקודה x שבה $f(x) = g(x)$? ד. מהו תחום הערכים של x שעבורו $f(x) < g(x)$? 3. פתרו את אי-השוויון הבא: $\frac{3x+5}{-2} < 8$

תחום מספרי: 1. יחס, פרופורציה וקנה מידה (כולל שימושים אלגבריים) (20 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
יחס בין מספרים	**יחס הוא המנה של שני מספרים (גדלים או כמויות) חיוביים, ומשמש להשוואה פי כמה גדול/קטן האחד מהשני.** דגשים: 1. יחס קוראים משמאל לימין. לדוגמא: את היחס 4 : 3 קוראים משמאל לימין: "3 ל- 4". 2. אם היחס בין גודל קבוצה א' לגודל קבוצה ב' הוא 5 : 2 אז היחס בין גודל קבוצה ב' לגודל קבוצה א' הוא 2 : 5. 3. כפי שפעולת החילוק מבטאת שתי משמעויות נפרדות (חילוק להכלה וחילוק לחלקים), כך גם פעולת היחס: יחס בין מספרי קבוצות הומוגניות, או יחס פנימי של איברים בקבוצות הטרוגניות. לדוגמא: אם היחס בין מספר הבנים בכיתה למספר הבנות הוא 4 : 3 אז ניתן לחלק את הכיתה ל-7 (3+4) קבוצות שוות בגודלן שמהן שלוש קבוצות כוללות רק בנים וארבע קבוצות כוללות רק בנות. זהו יחס בין מספרי קבוצות הומוגניות. לעומת זאת ניתן לחלק את הכיתה לקבוצות של 7 תלמידים באופן שבכל קבוצה 3 בנים ו- 4 בנות. זהו יחס פנימי של איברים בקבוצות הטרוגניות.

	4. היחס בין שתי תת-קבוצות, שיחד הן הקבוצה כולה, קובע את היחס בין כל אחת מתת-הקבוצות לקבוצה הכוללת. אם היחס בין מספר הבנים בכיתה למספר הבנות הוא 4 : 3 אז הבנים הם $\frac{3}{7}$ מתלמידי הכיתה והבנות הן $\frac{4}{7}$ מתלמידי הכיתה. היחס בין מספר הבנים לבין כלל תלמידי הכיתה הוא 7 : 3 . היחס בין מספר הבנות לבין כלל תלמידי הכיתה הוא 7 : 4. 5. עבור יחס נתון, יש אינסוף זוגות מספרים שהיחס ביניהם הוא היחס הנתון. מידיעת היחס וידיעת אחד מהמספרים ניתן לקבוע בוודאות מהו המספר השני. צמצום והרחבה של יחס איננו משנה אותו. לדוגמא: בכיתה ח$_1$ 12 בנים ו- 16 בנות. בכיתה ח$_2$ 15 בנים ו- 20 בנות. בשתי הכיתות היחס בין מספר הבנים למספר בנות הוא 4 : 3 . 6. הוספה או הורדה של אותו מספר איברים בשתי הקבוצות, משנה את היחס ביניהן (למעט כאשר היחס הוא 1:1). לדוגמא: בכיתה ח$_1$ 12 בנים ו- 16 בנות. לכיתה נוספים 3 בנים ו- 3 בנות. בכיתה המורחבת היחס בין מספר הבנים למספר הבנות שונה מהיחס בכיתה המקורית. 7. יש להבחין כי יחס יכול להתקיים בין גדלים מאותו סוג כגון יחס בין מספרי פריטים או בין אורכים, ובין גדלים מסוגים שונים כגון יחס בין כמות לעלות (מחיר ליחידה) או יחס בין מרחק לזמן (מהירות). כאשר היחס הוא בין גדלים מאותו סוג אז הוא אינו משתנה כשמשנים את יחידות המידה. כאשר היחס הוא בין גדלים מסוגים שונים, אז ליחס יש יחידות מידה. <u>דוגמאות</u>: 1. בשבט של הצופים יש 2 מדריכים לכל 10 חניכים. א. מהו היחס בין מספר המדריכים לבין מספר החניכים? ב. מהו היחס בין מספר החניכים לבין מספר המדריכים? 2. היחס בין אורכי הניצבים במשולש ישר זווית הוא 3:5. מאריכים כל צלע פי 2. האם משתנה היחס בין אורכי הניצבים? אם לא – מדוע? אם כן, כתבו את היחס החדש. 3. אורכי הניצבים במשולש ישר זווית הם 6 ס"מ ו- 8 ס"מ. א. מהו היחס בין הניצבים? ב. מאריכים כל ניצב ב- 2 ס"מ. האם משתנה היחס בין אורכי הניצבים? אם לא – מדוע? אם כן, רשמו את היחס החדש.
חלוקה ביחס נתון	**חלוקה ביחס נתון היא פיצול של קבוצה נתונה לשתי תת-קבוצות כך שהיחס בין הגדלים שלהן יהיה שווה ליחס הנתון.** <u>דגשים</u>: 1. חלוקה ביחס נתון אפשרית עבור כמויות בדידות ועבור כמויות רציפות. החלוקה עבור כמויות בדידות תודגם במקרה בו ניתן לבצע בפועל את החלוקה במספרים שלמים. 2. יש לתרגל חלוקה ביחס נתון באמצעים חשבוניים ובאמצעים אלגבריים. 3. חלוקה ביחס נתון יכולה להיות מבוססת על יחס בין מספרי קבוצות הומוגניות או על יחס פנימי של איברים בקבוצות הטרוגניות (שלעתים נתפס כאינטואיטיבי יותר). יש לשים לב לכך שהשימושים שיהיו בהמשך תוכנית הלימודים לחלוקה ביחס נתון יהיו מבוססים בעיקר על יחס בין מספרי קבוצות הומוגניות. לדוגמא: חלוקת אורך קטע ביחס נתון מבוסס על מספר הפעמים שמידה משותפת מוכלת בכל אחד מהקטעים. 4. ניתן לפצל קבוצה נתונה לשלוש או יותר תת-קבוצות כך שהיחס בין הגדלים של כל שתיים מביניהן יהיה שווה ליחס נתון. כך, חלוקת קבוצה לשלוש תת-קבוצות ביחס 4 : 3 : 5 משמעו: • היחס בין הגודל של תת-קבוצה א' לגודל של תת-קבוצה ב' הוא 3 : 5 • היחס בין הגודל של תת-קבוצה א' לגודל של תת-קבוצה ג' הוא 4 : 5

- היחס בין הגודל של תת-קבוצה ב' לגודל של תת-קבוצה ג' הוא 4 : 3
היחס בין שלוש תת-קבוצות, שיחד הן הקבוצה כולה, קבוע את היחס בין כל אחת מתת-הקבוצות לקבוצה הכוללת.

דוגמאות:

1. חלקו 18 כדורי משחק לשתי קבוצות של ילדים ביחס של 5 : 4.
2. חילקו 56 גולות בין אורי ודן ביחס של 5 : 2
אילו היגדים מהבאים מתאימים לבעיה?
א. על כל 2 גולות שיש לאורי יש לדן 5 גולות.
ב. לאורי $\frac{2}{5}$ מסך כל הגולות שיש לשניהם.
ג. אורי יקבל $\frac{2}{7}$ מהגולות, ודן יקבל $\frac{5}{7}$ מהגולות.
ד. מכל 7 גולות שמחולקות ביחס המבוקש, לאורי יש 2 גולות ולדן יש 5 גולות.
ה. מכל 7 גולות שמחולקות ביחס המבוקש, לדן יש 2 גולות ולאורי יש 5 גולות.
ו. היחס בין מספר הגולות של אורי לבין מספר הגולות של דן הוא 10 : 4.
3. שותף אחד השקיע בעסקה 2,000 ש"ח וחברו השקיע 3,000 ש"ח. הוסכם ביניהם שהרווח יחולק ביניהם לפי יחס ההשקעות. איך יחלקו ביניהם רווח של 1,200 ש"ח?
4. היקף מלבן הוא 40 ס"מ. היחס בין צלעותיו הוא 3:5. מהם אורכי הצלעות של המלבן?
5. היחס בין גודלן של שלוש הזוויות במשולש הוא 4 : 3 : 2.
מה גודלה של כל אחת מהזוויות?
6. שלושה חברים יצאו לטייל, ובאחת ההפסקות התכוונו לאכול. האחד הוציא מתרמילו 4 כריכים, השני 6 כריכים אך השלישי, התברר, שכח את הכריכים בבית.
הוחלט כי 10 הכריכים יחולקו שווה בשווה. כשסיימו לאכול, הוציא החבר השלישי 25₪ כדי לכסות את חלקו בהוצאות הארוחה.
א. מהו היחס בין כמויות הכריכים שהביאו שלושת החברים?
ב. סוכם, שכספו של החבר השלישי יחולק בין שני החברים האחרים באותו יחס כמו היחס בין מספר הכריכים שקיבל מכל אחד מהם. באיזה יחס יחלקו ביניהם שני החברים את הכסף, ומהו הסכום שיקבל כל אחד מהם?

פרופורציה

פרופורציה היא שוויון בין יחסים.

לערך הקבוע של היחס קוראים מקדם הפרופורציה.

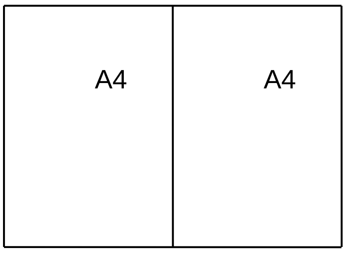
דגשים:

1. שוויון בין יחסים משמש בלימודים של כיתה ח' במספר מקרים כגון:
בדמיון משולשים, בחישובי אחוזים, בשיפוע של גרף.
לגרף יש שיפוע קבוע, אם לכל בחירה של שני זוגות נקודות תתקבל הפרופורציה: $\frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2}$.
2. יש ללמוד למצוא את המספר x החסר בפרופורציות מהסוג: $\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$, $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$
3. יש לדעת להמיר פרופורציה בפרופורציה השקולה לה.
לדוגמא, בקנייה במחיר קבוע ליחידה מתקבלת הפרופורציה: $\frac{\text{תשלום א'}}{\text{תשלום ב'}} = \frac{\text{כמות א'}}{\text{כמות ב'}}$
פרופורציה שקולה היא: $\frac{\text{תשלום א'}}{\text{כמות א'}} = \frac{\text{תשלום ב'}}{\text{כמות ב'}}$
4. יישום פרופורציה באלגברה: יש לשלב פתרון משוואות עם מושג הפרופורציה. המשוואות צריכות לנבוע משאלות מהתחום המספרי האלגברי והגאומטרי.

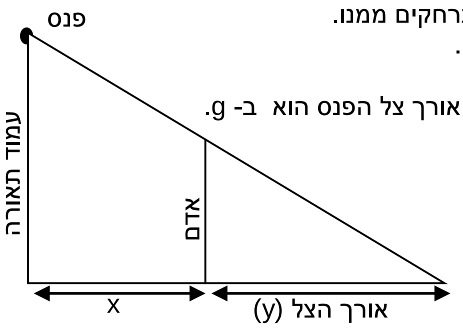
5. למתקדמים: יש לפתור שאלות מילוליות המשלבות פרופורציה בהקשר של תערובות, ריכוזים ומהילה.

<u>דוגמאות</u>:

1. בכד יש 4 כוסות מים ו- $\frac{1}{2}$ כוס סוכר. כמה סוכר נשים בכד קטן יותר שמכיל 3 כוסות מים כדי לשמור על אותה מתיקות של המשקה?
2. להכנת בצק פריך דרושים 2.5 כוסות קמח, חצי כוס סוכר ושני חלמונים. מהי כמות הקמח ומהי כמות הסוכר הדרושות כדי לשמור על היחסים אם מוסיפים לתערובת חלמון נוסף?
3. היחס בין הצלע הגדולה לצלע הקטנה של גיליון מלבני A3 שווה ליחס בין הצלע הגדולה והצלע הקטנה של גיליון מלבני A4. שני גיליונות A4 המונחים זה לצד זה יוצרים גיליון A3 אחד (ראו ציור). מהו היחס בין האורך לבין הרוחב של כל גיליון?



4. במכולת נמכרים 3 סוגים של דגני בוקר.
סוג א': משקל הדגנים הוא 375 גר' וערכם האנרגטי הוא 390 קלוריות.
סוג ב': משקל הדגנים הוא 500 גר', וערכם האנרגטי הוא 540 קלוריות.
סוג ג': משקל הדגנים הוא 625 גר', וערכם האנרגטי הוא 675 קלוריות.
האם בין שלושת סוגי דגני הבוקר ישנם כאלה המקיימים פרופורציה בין מספר הקלוריות לבין משקל הדגנים?
האם קיימים שני סוגים של דגני בוקר שיחס המשקלים ביניהם שווה ליחס בין מספר הקלוריות שבהם?
5. על המדרכה ממוקם עמוד תאורה ועליו פנס בגובה 3 מ' מן המדרכה.
בערב, כאשר הפנס דולק, ואנשים עוברים על המדרכה, משתנה אורך הצל שלהם כאשר הם מתקרבים אל העמוד או מתרחקים ממנו.
אורך הצל תלוי כמובן גם בגובה האדם.
נסמן:
את גובה האדם (במטרים) אם ידוע כי אורך צל הפנס הוא ב- g.
את מרחקו מן העמוד (במטרים) ב- x.
את אורך הצל (במטרים) ב- y.



אפשר לחשב את אורך הצל y של האדם לפי הנוסחה הבאה: $y=\frac{g}{3-g}x$

א. מדוע הנוסחה נכונה?
ב. אנשים שונים בעלי אותו גובה עומדים במרחקים שונים מעמוד התאורה.
האם יש פרופורציה בין המרחק שלהם מעמוד התאורה לבין אורך הצל שלהם?
אם כן, קבעו מהו מקדם הפרופורציה.
ג. נתון כי אורך צל האדם הוא 1.5 מ' ומרחקו של האדם מהעמוד הוא מטר אחד, חשבו את גובהו.
ד. האם ייתכנו שני בני אדם בעלי גובה שונה ואורך צל שווה? נמקו.
ה. אדם בגובה 1.80 מ' הולך ליד העמוד. מה מרחקו מן העמוד כאשר אורך צילו 3 מטרים?

יחס ישר

שני גדלים חיוביים משתנים אשר היחס ביניהם קבוע מקיימים יחס ישר.
כלומר: כאשר נתונים שני גדלים חיוביים, א' ו- ב', וכאשר גודל א' גדל (קטן) פי מספר מסוים גם גודל ב' גדל (קטן) פי אותו המספר, (יש שוויון יחסים), בין שני הגדלים הללו יש יחס ישר.

<u>דגשים</u>:

1. כאשר קיים יחס ישר בין שני גדלים משתנים, אז כל שני זוגות ערכים שלהם מקיימים פרופורציה.

2. למושג היחס הישר יש קשר לפונקציה קווית העוברת בראשית הצירים. הפונקציה y = mx מייצגת יחס ישר בין שני גדלים משתנים: כאשר x גדל פי k, גדל גם y פי k. יש להדגים את הקשר בין יחס ישר לפונקציה קווית בשלל דוגמאות במגוון רחב של הקשרים.

3. יש לתרגל את נושא היחס הישר באמצעים חשבוניים ובאמצעים אלגבריים.

<u>דוגמאות</u>:

1. לפניכם רשימה של זוגות גדלים חיוביים משתנים. קיבעו לגבי כל אחד מהם האם הם מקיימים יחס ישר.
א. מכונית נוסעת מירושלים לתל אביב במהירות קבועה. האם קיים יחס ישר בין הזמן שחלף מאז צאתה מירושלים לבין המרחק שעברה?
ב. בשקית חלב יש חלב אחיד שבו 3% שומן. מוזגים את החלב לתוך כוס. האם קיים יחס ישר בין כמות השומן שבכוס לבין כמות החלב שבכוס?
ג. במלבן יש צלע באורך 1 ס"מ, וצלע נוספת בגודל משתנה. האם קיים יחס ישר בין אורך הצלע הנוספת לבין היקף המלבן?
ד. במלבן יש צלע באורך 3 ס"מ, וצלע נוספת בגודל משתנה. האם קיים יחס ישר בין שטח המלבן לבין אורך הצלע הנוספת?
ה. חוק בויל: בלון גמיש ממולא בגז. האם קיים יחס ישר בין נפח הגז שבבלון לבין הלחץ של הגז?
ו. חוק גה-ליסאק: מכל קשיח ממולא בגז. האם קיים יחס ישר בין טמפרטורת הגז שבמכל לבין הלחץ של הגז?
ז. בתנאים מתאימים, חיידק מתרבה באופן שהוא מתחלק לשניים בכל חצי שעה. האם קיים יחס ישר בין מספר החיידקים לבין הזמן שחלף מאז החלה חלוקת תאי החיידק?

2. אחד התלמידים בכיתה גילח את שיער ראשו. חבריו מדדו את אורך שיערו הצומח מספר פעמים וריכזו את הנתונים בטבלה הבאה:

מספר השבועות שחלפו מיום גילוח השיער	2	3	5	8	9	10
אורך השיער במילימטרים	12	18	30	48	54	60

א. הכינו מערכת צירים מתאימה, וסמן עליה נקודות המתאימות לנתונים שבטבלה.
ב. האם קיים יחס ישר בין אורך השיער לבין מספר השבועות שחלפו מיום גילוח השיער?
ג. האם לדעתכם ניתן להוסיף את נקודת החיתוך של שני הצירים לקבוצת הנקודות שמתארות את גידול השיער? נמקו את תשובתכם.
ד. האם ניתן ללמוד מהנתונים על קצב הגדילה של השיער? אם כן, מצאו את קצב הגדילה של השיער.

קנה מידה

קנה מידה הוא יחס בין גודל בשרטוט או בדגם לבין גודל במציאות.

דגשים:

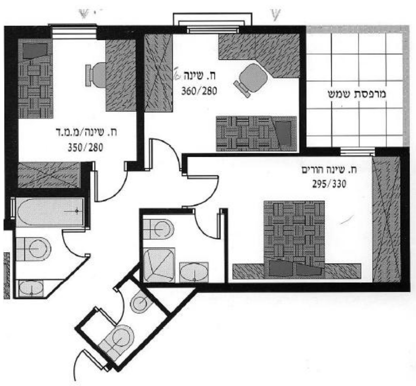
1. מקובל לרשום קנה מידה כיחס שאחד המספרים בו הוא 1: בהקטנה – רשום 1 מצד שמאל, ובהגדלה – רשום 1 מצד ימין. בכתיבת קנה מידה נמדדים שני האגפים באותה יחידת מידה. למשל, אם כל שני ס"מ במפה מיצגים קילומטר אחד במציאות ייכתב קנה המידה בצורה 50,000 : 1.
2. יש לדעת לשרטט שרטוט פשוט על פי קנה מידה.
3. יש למצוא קנה מידה על פי מידות נתונות בשרטוט ובמציאות, יש למצוא גודל במציאות על פי קנה המידה והגודל שנמדד בשרטוט, ויש למצוא גודל בשרטוט על פי קנה המידה והגודל הנתון שבמציאות.
4. התרגילים יכללו המרות של יחידות אורך.
5. שרטוט מצולע בקנה מידה מדגים דמיון מצולעים.

דוגמאות:

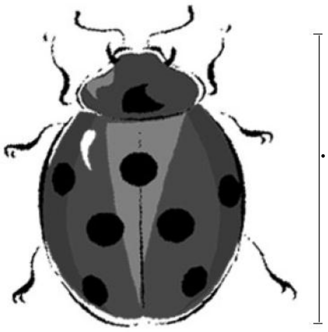
1. במוזיאון מוצג מודל כדור הארץ. הקוטר של כדור הארץ במודל שווה למטר אחד. במציאות קוטר כדור הארץ הוא כ- 12,500 ק"מ.
א. מהו קנה המידה של המודל?
ב. מהו היקף כדור הארץ במציאות ומהו ההיקףבמודל?
ג. מהו אורך הגבול של מדינה מסוימת במודל, אם אורך הגבול שלה במציאות הוא 1,000 ק"מ?
ד. כתבו ביטוי אלגברי המאפשר למצוא אורך הגבול של מדינה כלשהי במודל הזה, אם ידוע אורך הגבול שלה במציאות.

2. בנימין גר בבני ברק, רינה ברמת גן, גדעון בגבעתיים ותמר גרה בתל אביב. מהו המרחק בקו אווירי,
א. מביתו של בנימין לביתה של תמר?
ב. מביתו של גדעון לביתה של תמר?
ג. מביתה של רינה לביתו של גדעון?

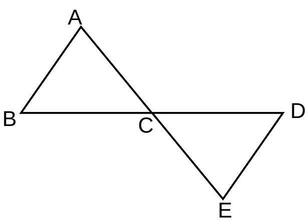
3. הסרטוט שלפניכם הוא תכנית של דירה, ענו על השאלות על פי הסרטוט.
א. מהו אורך השרטוט של חדר השינה המרכזי?
ב. מהו רוחב השרטוט של חדר השינה המרכזי?
ג. מהו שטח השרטוט של חדר השינה המרכזי?
ד. מהו השטח (במציאות) של מרפסת שמש?
ה. מהו קנה המידה של התכנית?



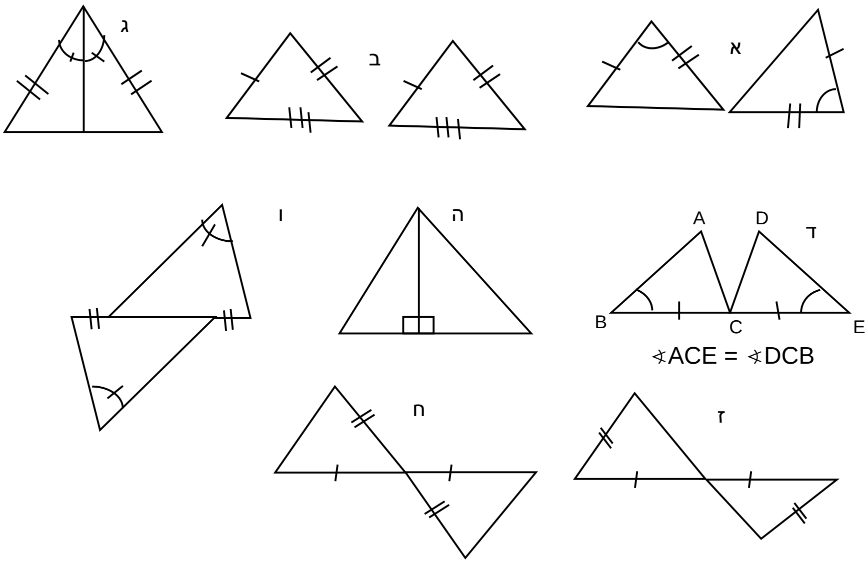
4. לקראת המכרז על הקמת מבנה חדש באתר מגדלי התאומים נבנה דגם של אחת ההצעות בקנ"מ של 1:500.
א. פי כמה גדול רוחב הבניין במציאות מגודלו בדגם?
ב. פי כמה גבוה הבניין במציאות מגובהו בדגם?
ג. פי כמה גדול שטח הבניין במציאות מגודלו בדגם?
ד. פי כמה גדול נפח הבניין במציאות מגודלו בדגם?

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
5. לפניכם תמונה מוגדלת של חיפושית. אורך גוף החיפושית במציאות הוא 0.6 ס"מ ובסרטוט הוא 6 ס"מ.
א. מהו היחס בין אורך החיפושית בתמונה המוגדלת לאורך החיפושית במציאות?
ב. מהו קנה המידה שבו מסורטטת החיפושית?

6 ס"מ.
</td>
</tr>
<tr>
<td>יחס הפוך</td>
<td>
שני גדלים חיוביים משתנים אשר המכפלה שלהם קבועה מקיימים יחס הפוך.
כלומר: כאשר נתונים שני גדלים חיוביים, א' ו- ב', כך שכשגודל א' גדל (קטן) פי מספר מסוים, גודל ב' קטן (גדל) פי אותו המספר, אז בין שני הגדלים יש יחס הפוך.
<u>דגשים</u>:
1. יחס הפוך נלמד בשלב זה בשל נגישות התלמידים לתופעות המיוצגות בעזרת יחס הפוך, וכדי שהתלמידים יהיו מודעים כבר משלב זה שלא כל קשר בין שני גדלים מתאפיין באמצעות יחס ישר.
2. הפונקציה $y = \frac{k}{x}$ מייצגת יחס הפוך: הקשר בין ערכי x ו- y הוא כזה שמכפלתם קבועה ואינה 0 , $xy = k$ $0 \neq k$.
<u>דוגמאות</u>:
1. יואב ויאיר יצאו מארזים והגיעו לאשלים. יואב צעד ברגל במהירות קבועה במשך 9 שעות, יאיר רכב על אופניו במהירות קבועה במשך 3 שעות.
פי כמה הייתה מהירותו של יאיר גדולה ממהירותו של יואב?
2. שני אנשים מכניסים 200 מכתבים למעטפות במשך חצי שעה.
א. בכמה זמן יכניס אדם אחד העובד באותו הקצב 200 מכתבים למעטפות?
ב. בכמה זמן יכניסו 4 אנשים העובדים באותו הקצב 200 מכתבים למעטפות?
ג. בכמה זמן יכניסו 6 אנשים העובדים באותו הקצב 200 מכתבים למעטפות?
ד. בכמה זמן יכניסו 10 אנשים העובדים באותו הקצב 200 מכתבים למעטפות?
3. שטחו של מלבן 40 סמ"ר. הציעו מספר אורכים אפשריים לאורך שתי הצלעות של מלבן זה.
א. שרטטו גרף שבו מתואר הקשר בין האורכים של שתי צלעות המלבן.
ב. מה ניתן ללמוד מהגרף?
4. הסבירו מדוע יש יחס הפוך בין הזמן שלוקח לאדם לעבור 100 מ' ובין מהירות ההליכה שלו.
</td>
</tr>
</table>

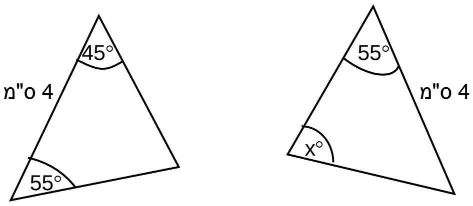
תחום גאומטרי: 1. משולשים חופפים, תיכון ומשולש שווה שוקיים (קדם דדוקטיבי) (14 שעות)

נושאי הלימוד	דגשים ודוגמאות
משולשים חופפים	מטרת הפרק היא להכיר את שלושת משפטי החפיפה הראשונים, להצדיק את נכונותם וללמוד להסיק שוויון של צלעות וזוויות מתוך ידיעה ששני משולשים הם חופפים. בפרק זה נכונות משפטי החפיפה תודגם באמצעים קדם-דדוקטיביים. ללא הוכחות פורמליות. **שני משולשים נקראים חופפים אם אפשר להניח את אחד מהם על האחר כך שיכסה אותו בדיוק (ולשם כך ניתן להזיז, לסובב ולהפוך את המשולשים).** <u>דגשים</u>: 1. שני משולשים שלהם שני נתונים חופפים (למשל שתי צלעות או צלע וזווית) אינם בהכרח חופפים. 2. שני משולשים שזוויותיהם שוות אינם בהכרח חופפים. 3. משפטי החפיפה: א. **חפיפה על פי צלע-זווית-צלע**: אם שתי צלעות במשולש אחד שוות לשתי צלעות במשולש אחר, וגם הזוויות הכלואות בין הצלעות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים. יש להדגים באופן מוחשי את העובדה שאם הזוויות השוות אינן כלואות בין הצלעות השוות אז המשולשים אינם בהכרח חופפים. ב. **חפיפה על פי זווית-צלע-זווית**: אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר, וגם הצלעות הנמצאות בין הזוויות שוות זו לזו, אז המשולשים חופפים. ג. **חפיפה על פי צלע-צלע-צלע**: אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות לשלוש צלעות במשולש אחר אז שני המשולשים חופפים. 4. יש לנמק את נכונות שלושת משפטי החפיפה באמצעים מוחשיים. 5. יש ללמוד לזהות משולשים חופפים על פי שלושה נתונים מתאימים. 6. בהינתן משולשים חופפים יש לדעת לזהות צלעות וזוויות מתאימות: - מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות. - מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות. 7. יש לעסוק בבעיות המשלבות בין משפטי החפיפה לבין עובדות שנלמדו בכיתה ז'. <u>דוגמאות</u>: 1. א. נתונות שתי צלעות. האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם שתי צלעות אלה? ב. נתונות שלוש זוויות. האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם שלוש הזוויות האלה? ג. נתונות שתי צלעות והזווית הכלואה ביניהן. האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם נתונים אלה? ד. נתונות שתי זוויות והצלע שבין קודקודיהן. האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם נתונים אלה? ה. נתונות שלוש צלעות האם ניתן לבנות שני משולשים שאינם חופפים שלהם צלעות אלה? 2. משולשים ABC ו-EDC חופפים זה לזה. נתון: BC = CD. א. איזו צלע במשולש EDC שווה לצלע AC? ב. האם זווית A שווה לזווית E או לזווית D? נמקו. 

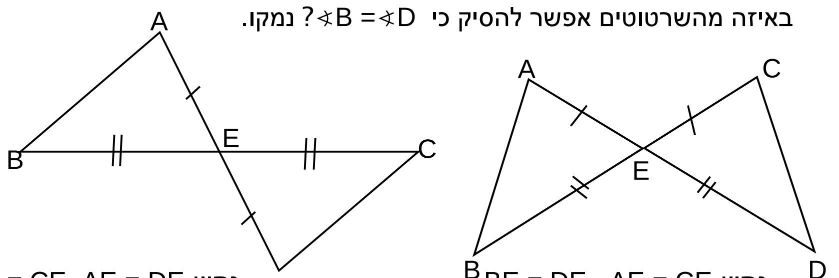
3. נתונים זוגות של משולשים. קבעו באילו מהזוגות המשולשים חופפים ולפי איזה משפט (צלעות וזוויות שוות מסומנים באיור). אם המשולשים אינם חופפים יש להביא דוגמה נגדית עם מידות קונקרטיות (באמצעות סרגל ומד זווית):



4. המשולשים בשרטוט הם משולשים חופפים. חלק מהמידות רשומות על גבי השרטוט. מהו ערכו של x?



5. *לפניכם שני שרטוטים. הנתונים כתובים מתחת לשרטוטים.
באיזה מהשרטוטים אפשר להסיק כי ∢B = ∢D? נמקו.

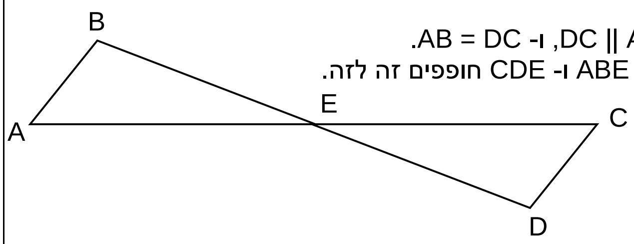


נתון: AE = DE, BE = CE

נתון: AE = CE, BE = DE

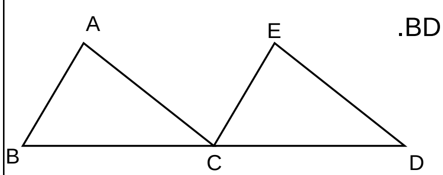
*לקוח ממיצ"ב תשס"ג.

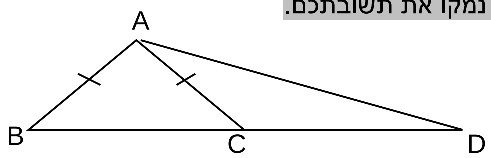
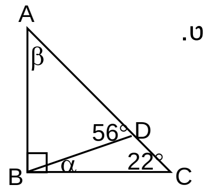
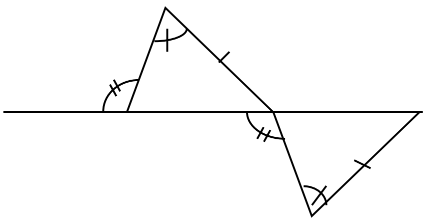
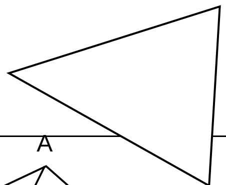
6. באיור הבא נתון כי: AB || DC, ו- AB = DC.
נמקו מדוע המשולשים ABE ו- CDE חופפים זה לזה.

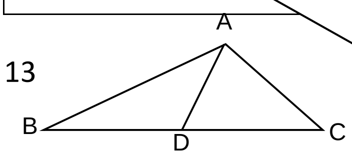


השלימו ונמקו:
AE = ________
BE = ________

7. לפניכם שני משולשים: ABC ו-ECD.
נתון: AB||EC, ED||AC, C אמצע הקטע BD.
קבעו אם המשולשים חופפים ואם כן,
ציינו לפי איזה משפט ולפי אילו נימוקים.
השלימו: AB = ____, AC = ____
נמקו את קביעתכם.

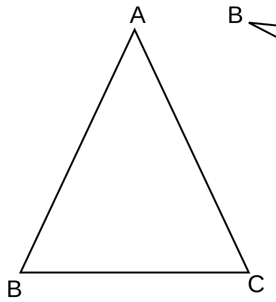


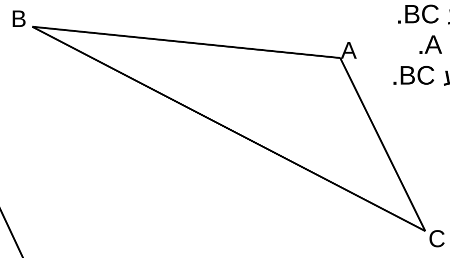
	8. משולש ABC הוא משולש שווה שוקיים: AC = AB. הנקודה D ממוקמת על המשך הצלע BC. א. כתבו את כל השוויונות המתקיימים בין צלעות וזוויות במשולשים ABD ו- ACD. ב. המשולשים ABD ו- ACD אינם חופפים. האם אין פה סתירה למשפט החפיפה על סמך שתי צלעות וזווית? נמקו את תשובתכם. 
זווית חיצונית למשולש	**זווית חיצונית למצולע קמור היא זווית הצמודה לזווית פנימית.** <u>דגש:</u> זווית חיצונית למשולש משלימה ל $180°$ את הזווית הפנימית הצמודה לה ולכן שווה לסכום הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה. <u>דוגמאות:</u> 1. נתון משולש ישר זווית ABC. D נקודה על הצלע AC. א. חשבו את גודל הזוויות α, β על פי הנתונים בשרטוט. ב. נמקו כל שלב בחישוב.  2. נמקו מדוע המשולשים הנתונים חופפים. 
תיכון במשולש	**תיכון במשולש הוא קטע המחבר קודקוד לאמצע הצלע שמולו.** <u>דגשים:</u> 1. הקטע **תיכון** נוסף לקטעים **גובה** ו**חוצה זווית** שנלמדו בכיתה ז'. 2. יש לעסוק בשרטוטים, מדידות וחישובים המשלבים את התיכון במשולש. 3. יש לנמק מדוע התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח. <u>דוגמאות:</u> 1. מדדו את צלעות המשולש שלפניכם ושרטטו את שלושת התיכונים שלו: 



2. במשולש ABC, AD תיכון לצלע BC.
   הצלע AB גדולה מהצלע AC ב-2 ס"מ.
   בכמה ס"מ גדול היקף משולש ABD מהיקף משולש ADC? נמקו.
   למי משני המשולשים ABD או ADC שטח גדול יותר ובכמה סמ"ר?

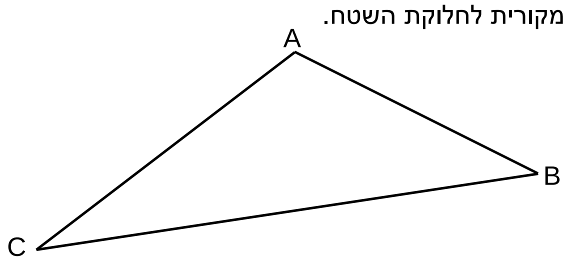
3. שרטטו את הקטעים הבאים במשולשים שלפניכם:
   AD גובה לצלע BC.
   AP חוצה זווית A.
   AM תיכון לצלע BC.



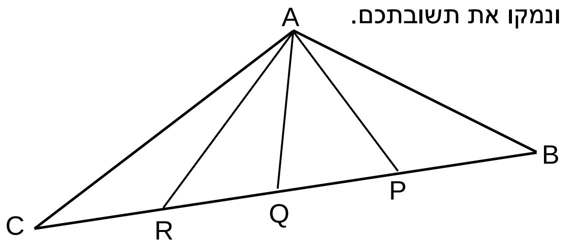


4. האם תיכון במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים חופפים? נמקו.

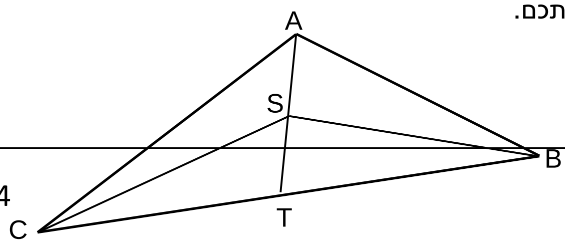
5. משימה: ירושת קרקע.
   אב הוריש לארבעת בניו חלקת קרקע מישורית שצורתה משולש שקדקודיו הם A, B, C וציווה עליהם לחלקה ביניהם לארבעה שטחים שווים.
   כל אחד מהבנים הציע דרך מקורית לחלוקת השטח.



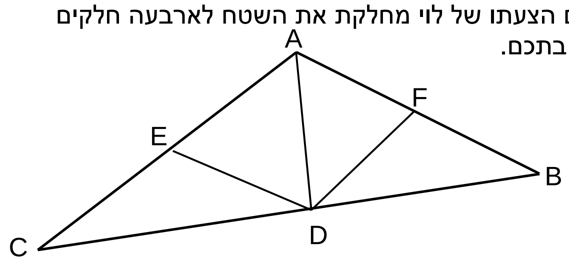
א. ראובן הציע לחלק את הצלע BC לארבעה קטעים שווים. את נקודות החלוקה, P, Q ו-R מחברים עם הקדקוד A כך שנוצרים ארבעה משולשים בתוך המשולש המקורי (ראה שרטוט). קבעו האם הצעתו של ראובן מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



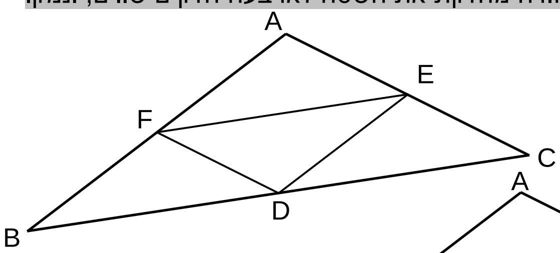
ב. שמעון הציע להעביר מהקדקוד A תיכון AT לצלע BC. מהנקודה S שבמחצית התיכון AT מתח שמעון שני קוים לעבר הקדקודים B, ו-C (ראו שרטוט). קבעו האם הצעתו של שמעון מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



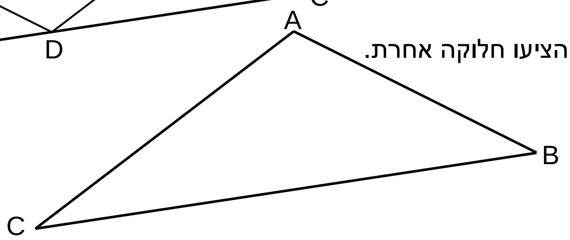
ג. לוי הציע לשרטט גובה AD לצלע BC, ושני תיכונים DE ו-DF לצלעות AC ו-AB. קבעו האם הצעתו של לוי מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



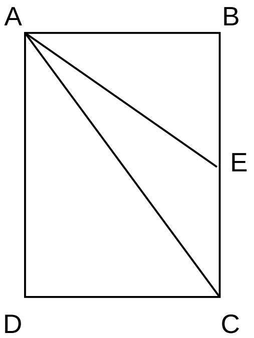
ד. יהודה הציע לחבר את שלושת אמצעי צלעות המשולש זה עם זה (ראו שרטוט). קבעו האם הצעתו של יהודה מחלקת את השטח לארבעה חלקים שווים, ונמקו את תשובתכם.



ה. הציעו חלוקה אחרת.



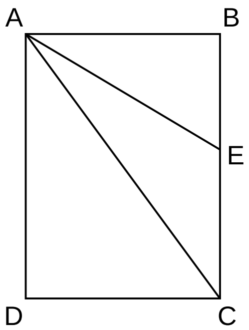
6. בשרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן, ו-AE תיכון במשולש ABC.
א. מה היחס בין שטחי המשולשים ABE ו-ADC?
ב. איזה חלק משטח המלבן מהווה משולש AEC?



7. בשרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC אלכסון במלבן, ו-AE חוצה זווית CAB במשולש ABC.

$\sphericalangle EAC = \alpha$

הסבירו בשתי דרכים שונות מדוע $\sphericalangle ABE = 90° - \alpha$.

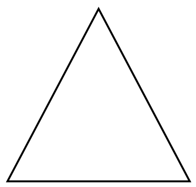


משולש שווה שוקיים	**משולש שווה שוקיים: משולש ששתיים מצלעותיו שוות זו לזו. הצלעות השוות נקראות שוקיים והצלע השלישית נקראת בסיס. הזוויות שמול השוקיים נקראות זוויות הבסיס. הזווית שמול הבסיס נקראת זווית הראש.** <u>דגשים</u>:

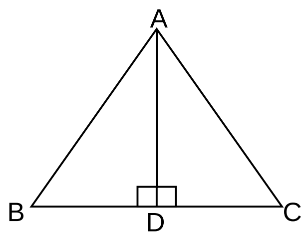
1. התרגול יעסוק בשרטוטים, מדידות וחישובים.
2. נושא זה מאפשר ליישם את משפטי החפיפה של משולשים.
3. תכונות המשולש שווה השוקיים יוסקו בשלב ראשון מתוך התבוננות המבוססת על סימטרייה. נימוק התכונות יתבסס על חפיפת משולשים. כתיבת הנימוקים תיעשה בשלב זה באופן לא-פורמאלי.
4. התרגול במשולש שווה השוקיים ישולב עם תרגילים במשולשים שאינם שווי שוקיים.
5. התלמידים יכירו וינמקו באמצעות חפיפת משולשים שתי תכונות של משולש שווה שוקיים:
   א. במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.
   ב. במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש, הגובה לבסיס והתיכון לבסיס מתלכדים.

<u>דוגמאות</u>:

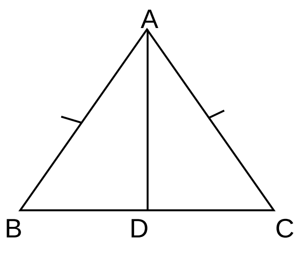
1. מדדו את גודל הזוויות במשולש הנתון בעזרת מד זווית:



2. לפניכם משולש שווה שוקיים. AD גובה לבסיס BC. זוויות B,ו-C שוות זו לזו וגודלן $42°$.
   א. מה גודלן של זוויות DAB ו- DAC?
   ב. נמקו בעזרת חפיפת משולשים מדוע AD הוא גם תיכון למשולש.



3. במשולש שווה השוקיים שלפניכם AC=AB ו-AD חוצה זווית A. $\sphericalangle A = \alpha$
   א. אילו משולשים חופפים זה לזה? מהו משפט החפיפה שלפיו קבעתם שהמשולשים חופפים?
   ב. השלימו:



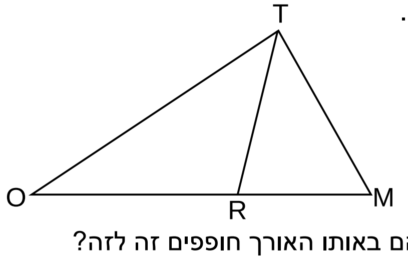
$\sphericalangle B =$ ______

$\sphericalangle BDA =$ ______ $=$ ____$°$

BD = ________

השלימו את המשפט:
במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש
מתלכד עם ________________
ועם ה________________________

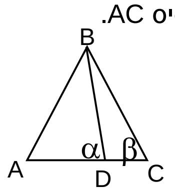
4. נתון משולש TOM. TR חוצה זווית T. מדדו וקבעו האם TR הוא תיכון לצלע MO.
   מדדו וקבעו האם TR הוא גובה לצלע MO.



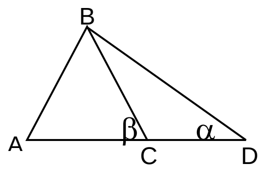
5. האם כל המשולשים שווי השוקיים ששוקיהם באותו האורך חופפים זה לזה?

6. הייתכן שזווית בסיס במשולש שווה שוקיים תהייה חדה? נמקו.
הייתכן שזווית בסיס במשולש שווה שוקיים תהייה ישרה? נמקו.
הייתכן שזווית בסיס במשולש שווה שוקיים תהייה קהה? נמקו.

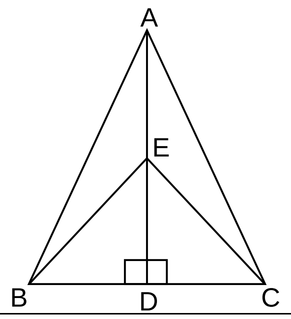
7. א. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. D נקודה על הבסיס AC.
הסבירו מדוע $\alpha > \beta$.



ב. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. D נקודה על המשך הבסיס AC.
הסבירו מדוע $\alpha < \beta$.



8. משולש ABC הוא שווה שוקיים (AB = AC), $AD \perp BC$
היעזרו בחפיפת משולשים לנמק מדוע משולש BEC הוא משולש שווה שוקיים.



סבב 2

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי
פתרון משוואות ממעלה ראשונה (העמקה), שאלות מילוליות מתאימות וטכניקה אלגברית (20 שעות)	**אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות** (30 שעות)	**דמיון מצולעים** (12שעות)

תחום אלגברי: 2. פתרון משוואות ממעלה ראשונה (העמקה) ושאלות מילוליות מתאימות וטכניקה אלגברית (20 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושאלות מילוליות מתאימות (העמקה)	דגשים: 1. בכיתה ז' למדו התלמידים לפתור משוואות ממעלה ראשונה ולפתור שאלות מילוליות שניתנות לפתרון באמצעות פתרון משוואות ממעלה ראשונה. 2. בפרק זה מעמיקים בטכניקה האלגברית, ולומדים לפתור גם משוואות המכילות שברים אלגבריים, ושניתן להביא לצורה מוכרת של משוואה ממעלה ראשונה. (בשלב זה, מומלץ להימנע מעיסוק במשוואות שבהן הרחבת השברים נותנת איברים ריבועיים גם אם אלה מתבטלים לבסוף.) 3. יש ללמוד למצוא את **תחום ההצבה** של ביטויים הכוללים שברים אלגבריים. 4. יש לעסוק גם במשוואות ממעלה ראשונה שאין להן פתרון, או שלהן מספר אינסופי של פתרונות. 5. בהתאם לכך, התלמידים ילמדו לפתור שאלות מילוליות שניתנות לפתרון באמצעות פתרון משוואות שאותן למדו לפתור. 6. יש לנצל את הידע של פתרון משוואות כדי לפתור מצבים בהם מתוארות שתי פונקציות ומחפשים את ערכי ה-x בהם הן שוות. דוגמאות: 1. פתרו את המשוואות הבאות: א. $\frac{2x-1}{4}-\frac{6x+7}{3}=x$ ב. $\frac{x-3}{2}+\frac{5-2x}{2}=1\frac{1}{2}$ 2. פתרו את המשוואות הבאות, ודאו שהפתרונות הם בתחום ההצבה: א. $\frac{x}{x+3}=5$ ב. $\frac{2}{x}+\frac{3}{7}=4$ ג. $\frac{2}{x+3}=\frac{1}{x}$ 3. פתרו את המשוואה: $2x + 4 = 2(x - 5)$. 4. מצאו מספר שהיחס בינו ובין מספר הגדול ממנו ב-3 הוא 7:8. 5. מצאו מספר x שונה מאפס שאם נוסיף לו 3, נכפול את הסכום פי 2, נחסר מהמכפלה 6, ונחלק את התוצאה שהתקבלה במספר שבחרנו, תתקבל התוצאה הסופית: 2. 6.* רוכב אופניים רכב בעלייה מעפולה אל פסגת הר תבור במהירות קבועה של 12 קמ"ש. כשירד מפסגת הר תבור אל עפולה, הוא רכב באותה הדרך במהירות קבועה של 36 קמ"ש. בסך הכל, הלוך וחזור, הוא רכב שעתיים. כמה זמן רכב רוכב האופניים מעפולה אל פסגת הר תבור? נמקו את תשובתכם בתרגיל או במילים. *לקוח ממיצ"ב תש"ע. 7. תייר מזדלנד רצה להמיר את כספו. בבנק א' הציעו לו 0.4 ₪ עבור כל זד שרוצה למכור אך עליו לשלם עמלה של 5 שקלים לבנק. בבנק ב' הציעו לו 0.6 ₪ עבור כל זד שרוצה למכור אך עליו לשלם עמלה של 10 שקלים לבנק. כמה זדים עליו למכור כדי לקבל בשני הבנקים אותו סכום בשקלים?
טכניקה אלגברית	בפרק זה ילמדו התלמידים טכניקות אלגבריות חדשות. מטרת הלימוד היא העשרת "ארגז הכלים" של התלמיד כדי לאפשר פתרון מגוון רחב יותר של שאלות מילוליות, וכדי לאפשר פישוט ביטויים אלגבריים.

	<u>דגשים</u>: 1. יש ללמוד להשתמש בחוק הפילוג לקבלת זהויות מהצורה: $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$. 2. יש להמחיש את חוק הפילוג המורחב באמצעות שטחי מלבנים הן במקרה של חיבור והן במקרה של חיסור. 3. יש ללמוד להוציא גורם משותף ברב-איבר. 4. יש ללמוד לצמצם שברים אלגברים באמצאות הוצאת גורם משותף ויש ללמוד למצוא את תחום ההצבה של ביטוי אלגברי. 5. מכפלה שווה לאפס אם ורק אם לפחות אחד מגורמיה הוא 0. שבר שווה לאפס אם ורק אם המונה שלו שווה ל- 0 (המכנה חייב תמיד להיות שונה מ- 0). 6. יש ללמוד לפתור משוואות ריבועיות מהצורה $ax^2 + bx = 0$. (בשלב זה, מומלץ לעסוק במשוואות שבהן הרחבת השברים נותנת איברים ריבועיים שמתבטלים לבסוף.) <u>הערה</u>: ניתן לפזר את הלימוד בטכניקה האלגברית לאורך שנת הלימודים ולשלבה בנושאים אחרים. <u>דוגמאות</u>: 1. א. פתחו את הסוגריים בביטוי הבא: $(x – 2)(4 – x)$ ב. פתרו את המשוואה: $(x – 2)(4 – x) = 6 – x^2$ 2. נתון ריבוע שאורך צלעו x ס"מ. א. מהו הביטוי האלגברי המתאר את שטחו של הריבוע? ב. הגדילו את האורך של כל אחת מהצלעות ב- 3 ס"מ. מהו הביטוי האלגברי המתאר את שטח הריבוע החדש? ג. כתבו ביטוי אלגברי של פונקציה המתארת בכמה גדל שטח בריבוע כתלות ב-x. 3. נתון מלבן שאורך צלע אחת שלו גדול פי 2 מאורך הצלע שנייה. א. מהו הביטוי האלגברי המתאר את שטחו של המלבן? ב. קיצרו את האורך של זוג הצלעות הנגדיות הארוכות ב-6 ס"מ והאריכו את האורך של שתי הצלעות האחרות ב-5 ס"מ. מהו הביטוי המתאר את שטחו של המלבן שנוצר? עבור אילו ערכים של x יש לביטוי זה משמעות בהקשר לשאלה זו? ג. שטח המלבן שנוצר קטן ב-14 סמ"ר מהשטח של המלבן המקורי. מהו היקף המלבן המקורי? 4. א. בכל אחד מהביטויים האלגבריים הבאים, קבעו האם יש ערכים של המשתנה שבעבורם הביטוי אינו מוגדר, וצמצמו את הביטוי: א. $\frac{x^2-5x}{2x-10}$ ב. $\frac{4x^3-2x^2}{2x^2}$ ג. $\frac{m^3-m^2}{1-m}$ ד. $\frac{3x^2+12}{x^2+4}$ ה. $\frac{5x-10}{x^2-2x}$ ב. הסבירו מדוע הביטוי שהתקבל לאחר הצמצום איננו שווה לביטוי שהיה לפני הצמצום. עבור אילו ערכים של x הביטויים שווים? 5. פתרו את המשוואות הבאות: א. $x^2 + 7x = 0$ ב. $\frac{x^2+5x}{x+5}=0$

תחום מספרי: 2. אחוזים, סטטיסטיקה והסתברות (כולל שימושים אלגבריים) (30 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
אחוזים	אחוזים נלמדים כבר בבית הספר היסודי, וכאן מוצג סבב למידה נוסף שנועד לחזור על הנושא, עם העמקה ועם קישור לתחום האלגברי. הנושא מקושר לפתרון שאלות מילוליות, שכיחות יחסית והסתברות. **מושג האחוז והשימוש בו.** **אחוז הוא מאית מכמות נתונה.** <u>דגשים</u>:

1. אחוז מייצג חלק מכמות. לעומתו, לשבר מגוון משמעויות שרק אחת מהן, חלק מכמות, מתאימה למשמעות של אחוז.
2. יש להשתמש באחוזים במצבים סטטיים (החלק היחסי של כמות מתוך כמות כוללת), ובמצבים דינמיים (הקטנה/ הגדלה, או הוזלה/התייקרות).
3. יש לפתח יכולת אומדן בשימוש באחוזים שגרתיים כגון 10% של כמות, 20%, 25%, 50%, 100%, או 200%.
4. יש לפתח תובנה חשבונית לשימוש באחוזים באמצעות הדגשת היסוד הכיפלי של שימוש באחוזים. לדוגמא, גידול של 25% שקול לכפל פי 1.25.
5. יש לבסס, על סמך היסוד הכיפלי של שימוש באחוזים, את חוק החילוף בשני תהליכים עוקבים כגון הוזלה כפולה, התייקרות כפולה או הוזלה והתייקרות.
6. יש להשתמש בפרופורציה המבטאת את הקשר בין ארבעה הגדלים:
$$\frac{\text{מספר האחוזים}}{100}=\frac{\text{ערך האחוז}}{\text{הכמות}}$$
7. יש לפתור שאלות מילוליות המשלבות אחוזים בחשבון ובאלגברה במגוון הקשרים.
8. למתקדמים: יש לפתור שאלות מילוליות המשלבות אחוזים בחשבון ובאלגברה בהקשר של תערובות, ריכוזים ומהילה.

<u>דוגמאות</u>:

1. בכנס 200 משתתפים. 48% מהמשתתפים הצביעו בעד ההחלטה.
בעד ההחלטה הצביעו:
א. רוב המשתתפים
ב. קרוב לחצי מהמשתתפים
ג. 48 אנשים
ד. לא ניתן לדעת
2. בכיתה ח1 25 תלמידים. 60% מהתלמידים חברים בתנועות נוער.
כמה תלמידים חברים בתנועות נוער?
3. א. כרטיס קולנוע התייקר מ- 35 שקלים ל- 37.80 שקלים.
בכמה אחוזים התייקר כרטיס הקולנוע?
ב. כעבור שנה, הורידו את מחיר הכרטיס בחזרה ל- 35 שקלים. בכמה אחוזים הוזל הכרטיס?
4. נתון ריבוע. אם נגדיל שתי צלעות נגדיות שלו ב 15% נקבל מלבן שהיקפו גדול ב- 6 ס"מ מהיקף הריבוע. מה אורך צלע הריבוע? מה שטח הריבוע? מה שטח המלבן המוגדל?
5. נתון ריבוע. נגדיל שתי צלעות נגדיות שלו ב 25%, ואת שתי הצלעות הנותרות נקטין ב- 25%, כך שמתקבל מלבן.
א. האם היקף המלבן גדול, קטן או שווה להיקף הריבוע?
ב. האם שטח המלבן גדול, קטן או שווה לשטח הריבוע?
6. היקף מלבן הוא 100 ס"מ. צלע אחת במלבן היא 20% מהיקפו.
בכמה ס"מ יש לקצר את הצלע כדי שאורכה יהיה 10% מההיקף המקוצר?
7. בשני אולמות קולנוע יש בסך הכל 240 צופים. אם 20% מהצופים באולם א' יעברו לאולם ב' יהיה מספר הצופים בשני האולמות שווה. כמה צופים יש בכל אולם?
8. בחלב יש 3% שומן. הוסיפו לחלב 100 גרם מים, כך שאחוז השומן קטן ל- 2% מהחלב המהול. מה היה משקל החלב לפני התוספת?
9. חברת ברק, העוסקת בהפניית עובדי ניקיון לעבודה בקבלנות, מפרסמת:
עובדים המוכנים לעבוד במשמרות, יקבלו אצלנו תוספת בשיעור של 20%

מהמשכורת, עד לתוספת של 800 ש"ח לכל היותר.
לפניכם 4 גרפים אשר רק שניים מהם מתאימים לתנאים הבאים:
א. התאימו גרף המתאר את התוספת בשקלים למשכורת המוגדלת, כפונקציה של המשכורת המקורית.
ב. התאימו גרף המתאר את המשכורת המוגדלת בשקלים (בעקבות התוספת), כפונקציה של המשכורת המקורית.
נמקו את בחירתכם.

גרף ד'

10. מהכסף שהיה לי בארנק הוצאתי 17% על ספרים ו- 18% על ארוחה. הוצאתי על הארוחה 5 שקלים יותר מאשר על הספרים. כמה כסף היה לי בארנק?

11. מה כדאי יותר לקונה? תוספת במחיר של a אחוזים, ואח"כ הנחה של b אחוזים, או להיפך?

12. בכמה אחוזים התייקר מוצר, אם את המחיר לאחר ההתייקרות אפשר לחשב על-ידי הכפלת המחיר (שלפני ההתייקרות) ב- 1.2?

13. בכמה אחוזים הוזל מוצר, אם את המחיר לאחר ההוזלה אפשר לחשב על-ידי הכפלת המחיר (שלפני ההתייקרות) ב- 0.9?

שתי הדוגמאות הבאות לקוחות ממאגר שאלות מטעם המועצה הישראלית לצרכנות:

14. על חטיף אנרגיה רשום הערך התזונתי המתאים לחטיף שמשקלו 100 גרם. משקל החטיף הוא 30 גרם.
א. השלימו את טבלת הסימון התזונתי הבאה:

	ערך תזונתי בגרמים לחטיף שמשקלו 100 גרם	ערך תזונתי בגרמים לחטיף שמשקלו 30 גרם
חלבון	19	
פחמימות	29	
שומן בלתי רווי		6
שומן רווי		2.1

סיבים תזונתיים	11	

ב. שרטטו את נתוני המשקל של החטיף בדיאגרמה.
ג. מהו היחס בין משקל החלבונים לפחמימות בחטיף זה?
ד. היחס המומלץ בין שומן רווי לבלתי רווי הוא 1:5. האם החטיף עומד בדרישה? אם לא - איזה רכיב על היצרן להוסיף/להפחית על מנת שהחטיף יעמוד בדרישה?
ה. מה האחוז שמהווים הסיבים התזונתיים מכלל הרכיבים?

15. שתי חברות סלולאריות - חברת 'אפרכסת' וחברת 'חייגן' - מציעות הרכב חשבון חודשי באופן שונה, כפי שמתואר בגרף הבא:

מקרא:
——— חברת 'אפרכסת'
------ חברת 'חייגן'

א. באיזה חברה יש תשלום התחלתי קבוע, גם אם לא מדברים, ומהו?
ב. כמה משלמים עבור דקת שיחה בכל חברה?
ג. מהו הביטוי האלגברי המייצג את התשלום החודשי כפונקציה של מספר דקות שיחה בכל אחת מהחברות?
ד. מהו מספר דקות השיחה שעבורן משלמים תשלום שווה בשתי החברות?
ה. יגאל לקוח של חברת 'אפרכסת'. הוא נוהג לדבר 200 דקות בחודש. הוא נוהג גם לשלוח הודעות טקסט באמצעות מכשיר הסלולאר שלו. על כל 4 שיחות שהוא מבצע הוא שולח הודעת טקסט אחת. עבור כל הודעה הוא משלם 30 אג' בחברה הנוכחית. מה יהיה החשבון החודשי הסופי של יגאל על פי נתונים אלו?
ו. יגאל מחוייב לחברה לתקופה של 18 חודשים ומתוכם עברו עד כה רק 8 חודשים. חוק חדש קובע שבמעבר מחברת סלולאר אחת לאחרת קנס היציאה שהצרכן יהיה צריך לשלם הוא 8% מערך החשבון החודשי, כפול מספר החודשים שנותרו לו עד סיום תקופת ההתחייבות. אם יגאל יבחר לעבור חברה, מה גובה קנס היציאה שייאלץ לשלם לחברת 'אפרכסת'?

סטטיסטיקה

הנושא בעל הקשרים רבים במציאות, ונלמד בחלקו כבר בבית הספר היסודי. כאן מוצג סבב למידה נוסף הכולל חזרה, העמקה וקישור לתחום האלגברי.

איסוף נתונים וארגונם בדרכי ייצוג שונות: רשימה, טבלה, דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עוגה, פיקטוגרמה ונקודות על מערכת צירים.

<u>דגשים</u>:

1. ארגון הנתונים מבוסס על מיון תוך קיום שלושה עקרונות:
   א. קביעת קריטריון משמעותי למיון
   ב. הקבוצות הממוינות זרות זו לזו
   ג. הקבוצות הממוינות ממצות את כל מגוון האפשרויות שבנתונים הגולמיים
2. יש ללמוד את הנושא בהקשר של נתונים שמיים (לא מספריים), ובהקשר של נתונים כמותיים בדידים.
3. נדרשת קריאה והבנה של נתונים המוצגים בדרכים שונות.

4. נדרשת יצירה עצמאית של הייצוגים השונים (עבור אוסף נתונים סטטיסטיים) כחלק מההמרה של דרך ייצוג אחת באחרת.

דוגמאות:

1. לקראת חידושו של המזנון בבית הספר, נערך בקרב תלמידי בית הספר סקר עמדות. התלמידים התבקשו לציין מהם דברי המאכל שלדעתם צריכים להיכלל בהיצע של המזנון.
   הציעו דרך למיין את המאכלים שעשויים להיכלל ברשימה המתקבלת לשש קבוצות זרות וממצות, וציינו לפחות 5 פריטים שיכולים להיות הכל קבוצה.
2. לפניכם גובהם בס"מ של תלמידי כיתה ג' בבית הספר כלנית:
   121, 130, 134, 120, 134, 126, 121, 130, 134, 134, 128, 128, 125, 120, 134, 130, 121, 122, 130.
   א. סדרו את הנתונים בטבלה.
   ב. כמה תלמידים בכיתה?

שכיחות ושכיחות יחסית

שכיחות היא מספר הפעמים שפריט מופיע בקבוצה.

שכיחות יחסית היא היחס שבין השכיחות לבין המספר הכולל של הפריטים הנדונים.

שכיח הוא ערך הנתון, שעבורו מתקבלת השכיחות המירבית.

דגשים:

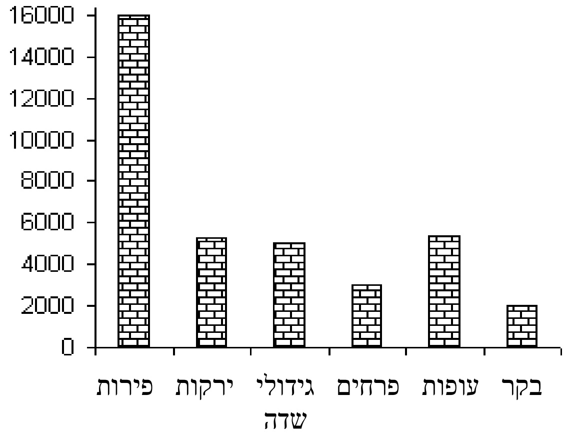
1. יש לטפל בשכיחות ושכיחות יחסית של נתונים שמיים, ושל נתונים כמותיים בדידים.
2. יש להציג את השכיחות ואת השכיחות היחסית בכל דרכי הייצוג השונות של הנתונים.
3. יש להבין מהו המידע הגלום בשכיחות ומהו המידע הגלום בשכיחות יחסית. יש לדון ביתרונות השונים של מגוון הייצוגים של כל אחד מהם.
4. יש להשתמש באחוזים, בשברים פשוטים ובמספרים עשרוניים לתיאור של שכיחות יחסית.
5. שכיחות יחסית היא מושג בסיסי בלימוד הסתברות.

דוגמאות:

1. לפניכם גובהם בס"מ של תלמידי כיתה ג' בבית הספר כלנית:
   121, 130, 134, 120, 134, 126, 121, 130, 134, 134, 128, 128, 125, 120, 134, 130, 121, 122, 130.
   א. מהו השכיח?
   ב. מהי השכיחות הגבוהה ביותר?
2. לפניכם טבלה המפרטת את מספרי המשקים העוסקים בענפים החקלאיים העיקריים בארץ בשנה מסוימת. דיאגרמת- עוגה ואחריה דיאגרמת- עמודים עבור הנתונים שבטבלה.

ענף חקלאי	מספר המשקים	אחוז
פירות	16000	
ירקות	5300	
גידולי שדה	5000	
פרחים	3000	
עופות	5400	
בקר	2000	

ס"ה	36700	100%



א. השלימו את האחוזים, בטבלה, בראשי העמודות שבדיאגרמת העמודות, ובתוך דיאגרמת העיגול.
ב. מהי שכיחות משקי העופות? מהי השכיחות היחסית של משקי הבקר? מהו הענף השכיח?
ג. מה גודל כל אחת הזוויות בכל גזרת עיגול בדיאגרמת העוגה?

טווח נתונים

טווח הנתונים הוא המִנעד (התחום) של הנתונים מהקטן ביותר ועד הגדול ביותר

<u>דגשים</u>:

1. יש לטפל בנתונים כמותיים בדידים.
2. יש להציג את טווח הנתונים כאומדן גס לפיזור הנתונים. יש להציג את יתרון המדד (פשטות) לעומת חסרונו (תלות בערך שולי).
3. הגדלת/הקטנת כל הנתונים בקבוע איננה משפיעה על ההפרש שבין קצוות טווח הנתונים.
4. כפל כל הנתונים בקבוע מגדילה את טווח הנתונים פי אותו קבוע.

<u>דוגמה</u>:

לפניכם רשימת ציונים של תלמידי הכיתה: 80, 82, 63, 56, 76, 82, 90, 56, 44, 72, 70, 80, 68, 76, 78, 80, 78, 82, 90, 85, 44, 72, 80, 82, 63, 70, 70, 80, 82, 82, 90, 90.

א. ארגנו את הציונים בטבלת שכיחות ורשמו את טווח הנתונים.
ב. המורה שקלה אם להעלות לכל תלמידי הכיתה את הציון ב-5 נקודות או להוסיף לכל תלמיד 10% מהציון. מה יהיה טווח הציונים בכל אחד מהמקרים?

מדדי מרכז: שכיח, חציון, ממוצע

שכיח הוא ערך הנתון, שעבורו מתקבלת השכיחות המירבית.

חציון הוא ערך הנתון האמצעי, כאשר הנתונים מסודרים בסדר עולה. כאשר מספר הנתונים הוא זוגי ויש שני נתונים אמצעיים, החציון יכול להיות כל ערך בין ערכי הנתונים האמצעיים, אך מקובל לבחור את הממוצע בין שני הערכים כחציון. אם שני הערכים הללו שווים זה לזה, אז הם החציון.

ממוצע הוא ערך המתקבל מחלוקת סכום הערכים של כל הנתונים באופן שווה בין כל הפרטים שמהם ניגבו הנתונים.

<u>דגשים</u>:

1. חציון וממוצע, מוגדרים עבור נתונים כמותיים בדידים. שכיח, מוגדר בנוסף גם עבור נתונים שמיים.
2. כל שלושת מדדי המרכז הם ערכי ביניים: הם אינם יכולים להיות גדולים מהנתון המירבי, ואינם יכולים להיות קטנים מהנתון המזערי.

3. יש לדון ביתרונות ובחסרונות של כל אחד מהמדדים, כמייצגים את קבוצת הנתונים.
4. שכיח הוא תמיד אחד מהערכים בקבוצת הנתונים. חציון הוא אחד מהערכים בקבוצת הנתונים כאשר מספר הנתונים הוא אי-זוגי. ממוצע איננו בהכרח אחד מהערכים בקבוצת הנתונים.
5. הגדלת/הקטנת כל הנתונים בקבוע מגדילה/מקטינה את כל שלושת מדדי המרכז באותו קבוע.
6. כפל כל הנתונים בקבוע משנה את כל שלושת מדדי המרכז פי אותו קבוע.
7. סכום הסטיות מהממוצע שווה לאפס.
8. יש לפתור שאלות מילוליות העוסקות בממוצע באמצעים חשבוניים ואלגבריים ובמגוון הקשרים.
9. יש לדון בהשתנות החציון כתוצאה משינוי נתונים בצד אחד של החציון או בשני צידי החציון.
10. יש להראות שהממוצע הוא המדד הרגיש ביותר לשינויים בנתונים שבשולי ההתפלגות.
11. הממוצע מושפע מכל הוספה של נתון יחיד, השונה מהממוצע עצמו.
12. בהתפלגות סימטרית, החציון והממוצע מתלכדים.
13. יש לטפל באומדן של חציון ושל ממוצע.
14. יש לעסוק בחישוב ממוצע מתוך טבלת שכיחות.

<u>דוגמאות:</u>

1. ממוצע הקליעות למשחק של שחקן כדורסל מסוים במהלך 11 משחקים הוא 30 נקודות. במשחק ה- 12 הוא קלע 6 נקודות בלבד.
א. האם לדעתכם הממוצע יעלה, ירד או יישאר אותו הדבר? הסבירו.
ב. מהו ממוצע הקליעות של השחקן בכל 12 המשחקים?

2. בבית מלאכה מועסקים 9 פועלים ומנהל. שכרם של 4 פועלים הוא 5,000 ₪ שכרם של 5 פועלים נוספים הוא 5,200 ₪. שכרו של המנהל הוא 9,000 ₪.
א. מצאו את השכר השכיח, החציון וההכנסה הממוצעת בבית המלאכה.
ב. המנהל קיבל תוספת של אלפיים ₪ לשכרו. מהו השכר השכיח, מהו החציון ומהי ההכנסה הממוצעת בבית המלאכה לאחר העלאת משכורתו של המנהל?

3. באחד מאגפי מפעל ייצור עובדים שישה אנשים ששכרם הרגיל הוא: 4,800 ₪, 4,900 ₪, 5,000 ₪, 5,050 ₪, 5,050 ₪, ו- 5,200 ₪. לקראת החגים וכגמול על תפוקה מרובה, קיבלו כולם תוספת חד פעמית של 50% משכרם הרגיל.
א. מהו השכר הממוצע של ששת העובדים באופן רגיל, ומה היה שכרם הממוצע בעקבות התוספת החד פעמית?
ב. מהו חציון השכר של ששת העובדים באופן רגיל, ומה היה חציון שכרם בעקבות התוספת החד פעמית?
ג. מהו השכר השכיח של ששת העובדים באופן רגיל, ומה היה השכר השכיח בעקבות התוספת החד פעמית?
ד. בכמה אחוזים גדל הממוצע?

4*. מדריך בחוג מחשבים בדק כמה שעות גלשו תלמידי החוג באינטרנט ביום מסוים. את התוצאות הוא רשם בטבלה שלפניכם:

מספר שעות גלישה	3	2	1	0
מספר תלמידים	5	5	35	15

א. מה היה זמן הגלישה **הממוצע** לתלמיד באותו היום (בשעות)?
ב. מהו הזמן השכיח ומהו החציון?
*לקוח ממיצ"ב תשע"א.

5. נתונה קבוצת המספרים: 3, 6, 10, 11.
הוסיפו לקבוצה מספר כך שהממוצע של כל חמשת המספרים יהיה שווה לחציון.
מצאו 3 פתרונות אפשריים.
הסבירו מדוע 3 הפתרונות שמצאתם הם כל הפתרונות האפשריים.

6. קבוצה של חמישה אנשים, נתבקשה לרשום את משקל כל אחד מחבריה. במקום לרשום את משקל כל אחד מחברי הקבוצה, הציגה קבוצת האנשים את המידע הבא על משקלם:

ההפרש בין קצוות טווח הנתונים = 30 ק"ג השכיח = 74 ק"ג החציון = 80 ק"ג הממוצע = 85 ק"ג

א. כמה שוקל כל אחד מחמשת חברי הקבוצה? הסבירו.
ב. אם כל אחד מחברי הקבוצה יוסיף למשקלו בדיוק 10 ק"ג, כיצד ישתנה כל אחד מן המדדים הנתונים (טווח, שכיח, חציון וממוצע)? הסבירו.

7. קבוצה אחרת של חמישה אנשים נתבקשה גם היא להציג את משקלו של כל אחד מחבריה. קבוצה זו בחרה להציג את הנתונים בדרך שונה. במקום להציג את משקלו כל אחד מחבריה, הם רשמו בכמה סוטה משקלו של כל אחד מהם, מהמשקל הממוצע של הקבוצה (כלומר, רשמו את ההפרש בין משקל כל אחד לבין המשקל הממוצע). להלן הנתונים: 7, 3, 1, 4–, 5–
דני טוען כי יש טעות בנתונים אלה. כיצד ידע דני שיש טעות בנתונים מבלי להכיר את משקלם של כל אחד מחברי הקבוצה?

8. a, b, ו-c מייצגים שלושה נתונים שנאספו.
א. בטאו באמצעות a, b, ו-c את הממוצע שלהם.
ב. רשמו ביטוי אלגברי המתאר את הסטייה של a מהממוצע.
ג. הראו שסכום שלוש הסטיות, הוא אפס.
ד. האם תקבלו תוצאה דומה גם עבור ארבעה או חמישה נתונים?

9. להלן רשימת הציונים של 10 תלמידים: 6, 6, 7, 7 ,7, 7, 8, 9, 9, 9.
כל התלמידים שקיבלו ציון 9, ערערו, וציונם הועלה ל- 10.
א. מצאו מה היה הציון השכיח מלכתחילה, ומה היה הציון השכיח לאחר קבלת הערעור על הציון.
ב. מצאו מה היה הציון הממוצע מלכתחילה, ומה היה הציון הממוצע לאחר קבלת הערעור על הציון.
ג. מצאו מה היה חציון הציונים מלכתחילה, ומה היה חציון הציונים לאחר קבלת הערעור על הציון.

10. 8 תלמידים קיבלו את תוצאות המבחן שלהם בחקר נתונים וממוצע ציוניהם היה 7.6. תלמיד תשיעי קיבל את הציון באיחור ואז התברר שממוצע הציונים של כל 9 התלמידים שווה לממוצע הציונים של 8 התלמידים הראשונים. מהו ציונו של התלמיד התשיעי? נמקו את תשובתכם.

11. מספר תלמידים נבחנו, וממוצע ציוניהם היה 7.6. שני תלמידים נוספים נבחנו בהמשך וקיבלו את הציונים 10 ו- 8. ממוצע הציונים של כל התלמידים (כולל שני התלמידים הנוספים) היה 7.8. כמה תלמידים נבחנו בסך הכל?

12. פרחי נוי גדלו בשלושה שדות שונים בתנאי השקיה שונים. לאחר הקטיף, מדדו את גובה הפרחים ורשמו אותם (מעוגלים ברמת דיוק של 5 ס"מ) בשלוש שורות בטבלת השכיחויות.
רשמו עבור כל שדה מי מבין השכיח, החציון והממוצע הוא הגדול ביותר ומיהו הקטן ביותר.

גובה הפרח	50 ס"מ	55 ס"מ	60 ס"מ	65 ס"מ	70 ס"מ	75 ס"מ	80 ס"מ
שכיחות הפרחים בשדה א'	320	560	480	400	360	320	280
שכיחות הפרחים בשדה ב'	280	320	400	550	400	320	280
שכיחות הפרחים בשדה ג'	280	320	360	400	480	560	320

13. בשוליו של כפר-דייגים ניצב בית מידות של אדם עשיר. ברוב ימי השבוע הוא נמצא בעיר ומנהל את עסקיו הנרחבים, אך בכל יום א' הוא מפליג לדוג דגים בסיוע שני בחורים מהכפר. השכר שהוא משלם להם ביום אחד זה עולה על כל הכנסתם בשאר ימי השבוע. במרשם התושבים רשום העשיר כתושב כפר-הדייגים. כששואלים אותו למקצועו ולתחביביו, הוא אומר: "תחביבי הוא לצבור

	כסף. המקצוע האמיתי שלי הוא דיג." א. מה משקף, לדעתכם, בצורה טובה יותר את מצבו הכלכלי של ציבור הדייגים בכפר, ממוצע ההכנסות של תושבי הכפר או החציון? נמקו. ב. מה משקף, לדעתכם, בצורה טובה יותר את מצבם הכלכלי של שני הבחורים הנ"ל, ממוצע הכנסתם היומית או החציון? נמקו.
הסתברות	הסתברות היא תורה מתמטית בעלת השלכות שימושיות לחיי היומיום. היא עוסקת בהתרחשויות עתידיות הכרוכות באי-ודאות. פרק ההסתברות בכיתה ח כולל היכרות ראשונית עם תחום תוכן זה במטרה להקנות לתלמידים ידע בסיסי. העמקה בתחום זה תיעשה בכיתה ט ובחטיבה העליונה.
הסתברות לקבלת תוצאה היא קביעה מראש של מידת הייתכנות שהתוצאה תתרחש בסולם שבין 0 ל-1.	<u>דגשים</u>: 1. העיסוק בהסתברות בחטיבת הביניים צריך להיות מושתת על תובנה בסיסית. השלב הראשון בלימוד צריך להתמקד בקשר שבין ערך ההסתברות ובין מידת הייתכנות שאנחנו מייחסים לתוצאה לא-ודאית. 2. לתוצאה ודאית הסתברות 1. 3. לתוצאה שברור שלא תתממש הסתברות 0. 4. ההסתברות של תוצאה שההערכה להתממשותה שווה להערכה שלא תתממש היא ½. 5. ההסתברות של תוצאה שההערכה להתממשותה גדולה מהערכה לאי-התממשותה גדולה מ- ½. 6. יש לדעת לאמוד את ההסתברות לתוצאה על סמך הערכה ראשונית עד כמה קבלת התוצאה קרובה לוודאות, עד כמה קבלת התוצאה קרובה להיות בלתי אפשרית, ועד כמה סיכוי לקבלת התוצאה קרוב לסיכוי לאי קבלתה. <u>דוגמאות</u>: 1. מהי ההסתברות לקבלת "עץ" בהטלת מטבע? 2. מהי ההסתברות שבזריקת מטבע יצא "עץ" או "פלי" (בהנחה שהמטבע לא נופל ב"עמידה")? 3. בסופרמרקט באחת מכל 4 תבניות ביצים קיימת לפחות ביצה שבורה אחת. האם ההסתברות שאין בתבנית ביצים אף ביצה שבורה גדולה מחצי?
תכונות של ההסתברות במצבים סימטריים.	<u>דגשים</u>: 1. הסכום של ההסתברות שתוצאה תתקבל וההסתברות שהיא לא תתקבל הוא 1. 2. אם תוצאה מתפצלת לתוצאות משנה, הסתברותה היא סכום ההסתברויות של כל תוצאות המשנה. 3. במצב שבו הסימטריה בקבלת שתי תוצאות שונות ניכרת לעין, ההסתברויות לקבלת שתי התוצאות שוות זו לזו. 4. במצב שבו הסימטריה בקבלת n תוצאות זרות וממצות ניכרת לעין, ההסתברות לקבלת כל אחת מהתוצאות היא 1/n. 5. אם תוצאה מורכבת מ-k תוצאות שההסתברות לקבלת כל אחת מהן היא 1/n, אז ההסתברות שהיא תתקבל היא k/n. <u>דוגמאות</u>:

1. מטילים קובייה.
   א. מהי ההסתברות לקבל את התוצאה 4?
   ב. מהי ההסתברות לקבל תוצאה זוגית?
   ג. מהי ההסתברות לקבל תוצאה גדולה מ- 4?
2. מוציאים כדור מתוך שק שבו 5 כדורים צהובים, 4 כדורים אדומים ו- 3 כדורים כחולים.
   א. מהי ההסתברות שהוצא כדור אדום?
   ב. מהי ההסתברות שהוצא כדור שאינו אדום?
3. מטילים שתי קוביות משחק רגילות – אחת כחולה ואחת אדומה.
   א. כמה תוצאות אפשריות יש?
   ב. האם התוצאה שבה הקובייה האדומה יצאה 5 והקובייה הכחולה יצאה 2 זהה לתוצאה שבה הקובייה האדומה יצאה 2 והקובייה הכחולה יצאה 5?
   ג. מהי ההסתברות שסכום הקוביות הוא 5?
   ד. מהו הסכום שההסתברות לקבלו היא המרבית?
4. בוחרים באקראי מספר טבעי בין 1 ל-100 (כולל הקצוות). מהי ההסתברות שהוא יהיה זוגי? נמקו את תשובתכם.

אומדן להסתברות לקבלת תוצאה יכול להתקבל באמצעות בדיקת השכיחות היחסית של אותה תוצאה כשחוזרים על אותו ניסוי מספר רב של פעמים.

<u>דגשים</u>:

1. קיים קשר בין שכיחות יחסית ובין הסתברות. הנטייה של תוצאה להתקבל בשכיחות יחסית מסוימת היא פירוש נוסף להסתברות.
2. בפרק זה יש לבצע פעילויות חוזרות ולעבד את התוצאות כדי לאמוד הסתברות.
3. כשפעילות יכולה להניב כמה תוצאות, השכיחות היחסית של כל תוצאה היא אומדן להסתברות לקבלת אותה תוצאה.
4. יש ללמוד להסיק הסתברות מתוך מגוון ייצוגים של שכיחות או שכיחות יחסית.

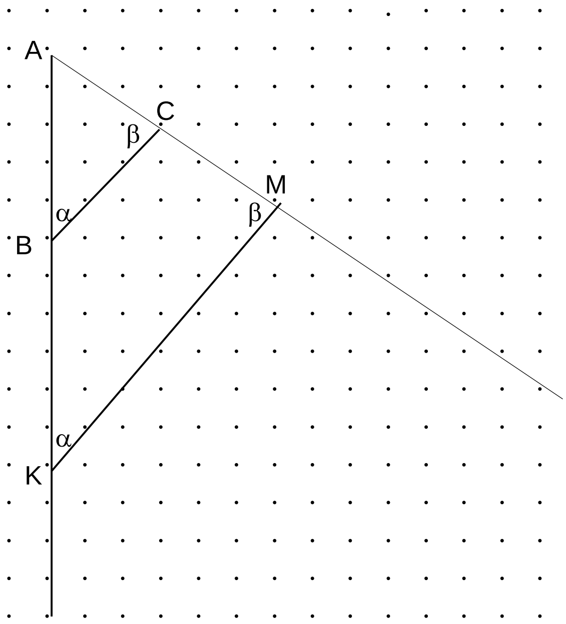
<u>דוגמאות</u>:

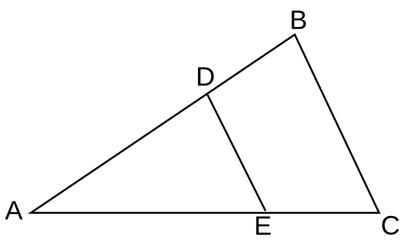
1. הטילו קוביית משחק 6 פעמים. הציגו טבלה המציגה כנגד כל תוצאה אפשרית את השכיחות שלה ואת השכיחות היחסית שלה.
2. הטילו קוביית משחק 300 פעמים (ניתן לעשות זאת בכיתה כשכל תלמיד מטיל קובייה 20 פעם ומסכמים את התוצאות). הציגו טבלה המציגה כנגד כל תוצאה אפשרית את השכיחות שלה ואת השכיחות היחסית שלה. האם תוצאה זו תואמת את ציפיותיכם?
3. הטילו שתי קוביית משחק 300 פעמים ובכל הטלה חשבו את סכום הקוביות. הציגו טבלה המציגה כנגד כל סכום אפשרי את השכיחות שלו ואת השכיחות היחסית שלו. הציגו באמצעות טבלה אומדן להסתברות של הסכום. מהי התוצאה שלה ההסתברות הגבוהה ביותר? מהי התוצאה שלה ההסתברות הנמוכה ביותר?
4. בטבלת השכיחויות הבאה מוצגות תוצאות במבחן הישגים ארצי במתמטיקה. בבחירה אקראית של תלמיד, מה הסיכוי שציונו במבחן הוא 80 ומעלה?

ציון	90 - 100	80 - 89	70 - 79	60 - 69	50 - 59	מתחת ל- 50
מספר	8,000	15,000	35,000	25,000	10,000	7,000

תחום גאומטרי: 2. דמיון משולשים, דמיון מצולעים (12 שעות)

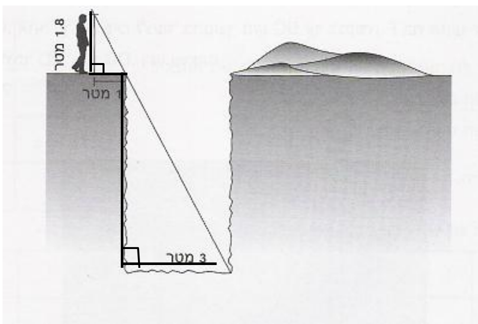
נושאי הלימוד	דגשים ודוגמאות
	לימוד הדמיון משתלב עם לימוד יחס, פרופורציה וקנה מידה. דמיון משולשים הוא בעבור התלמידים מקרה ראשון ליחס שקילות שאינו זהות.
משולשים דומים	**משולשים דומים הם משולשים שבהם לכל זווית במשולש אחד יש זווית ששווה לה במשולש האחר, וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות (צלעות מתאימות נמצאות מול זוויות שוות).** **יחס זה נקרא יחס הדמיון.**
מצולעים דומים	**מצולעים דומים הם מצולעים שבהם לכל זווית במצולע אחד יש זווית מתאימה ששווה לה במצולע האחר כך שהסדר בין הזוויות השוות נשמר, והיחס בין כל שתי צלעות במצולע אחד שווה ליחס שבין שתי הצלעות המתאימות במצולע האחר.** דגשים: 1. דמיון משולשים יוצג תחילה בדרך אינטואיטיבית: הגדלה או הקטנה של מצולע בעזרת זכוכית מגדלת או מקטנת, הגדלה או הקטנה בצילום או הגדלה והקטנה באמצעות תוכנת מחשב. 2. מומלץ לשיים משולשים דומים לפי סדר ההתאמה בין הקודקודים. 3. היחס בין שטחם של שני משולשים דומים הוא רבועו של יחס הדמיון ביניהם. התכונה תתקבל מתוך התבוננות במקרים פרטיים, וההכללה תיעשה ללא הוכחה פורמאלית. 4. אם לשני משולשים זוויות שוות, אז הם דומים ומכאן שגם קיים יחס דמיון בין הצלעות. (ראה דוגמה 2) 5. יש ללמוד לזהות משולשים דומים. 6. יש ללמוד למצוא נתונים חסרים מתוך תכונת הדמיון תוך שימוש בפרופורציה. 7. יש לעסוק בבעיות המשלבות בין דמיון משולשים ובין עובדות שנלמדו בכיתה ז' ובתחילת כיתה ח'. 8. יש לשלב דוגמאות מחיי יומיום. 9. במצולעים בני ארבע צלעות או יותר, בשונה ממשולשים, שוויון זוויות איננו מבטיח דמיון. דוגמאות: 1. דוגמה לפעילות שתוביל להגדרה של משולשים דומים ולחלק מתכונותיהם. הפעילות כוללת בניית משולש מ- 4 עותקים של משולש נתון שונה צלעות, מ - 9 ומ- 16 עותקים של משולש נתון. (פירוט הפעילות מופיע בנספח). כמסקנה מפעילות זו נקבל את שוויון הזוויות, את שוויון יחסי הצלעות ואת יחסי השטחים שבין המשולש הנתון לבין המשולשים המתקבלים מאותו משולש בבניות שתיארנו. 2. נתונות שתי קרניים היוצאות מהנקודה A ונתון משולש ABC. שתיים מזוויותיו של משולש ABC הועתקו למשולש AKM. א. האם המשולש AKM דומה למשולש ABC? ב. העתיקו את הזוויות α ו- β על המשך הקרניים היוצאות מ- A בדקו אם המשולש שהתקבל דומה למשולש ABC. בדקו אם המשולש שהתקבל דומה למשולש AKM. השלימו את המסקנה: אם לשני משולשים זוויות שוות אז הם __________



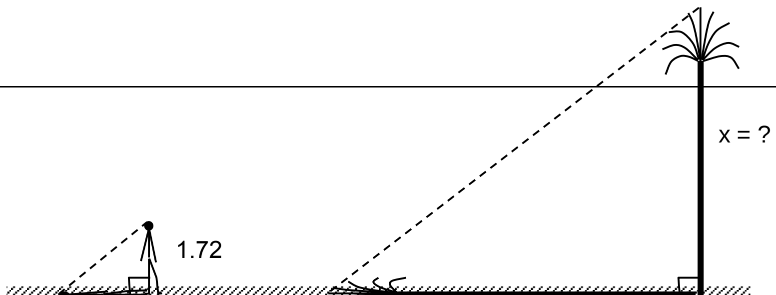


3. נתונים המשולשים ABC, ADE.
DE || BC.
נמקו מדוע המשולשים דומים.

4. חשבו את עומק הבור שבשרטוט והסבירו כיצד מצאתם ועל איזה תכונות התבססתם.

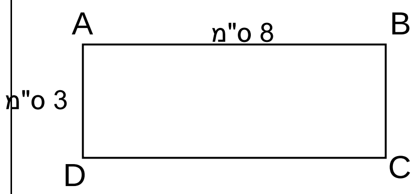


5. אדם שגבהו 1.72 מטר עמד בשמש ליד דקל. אורך צילו של האדם היה 2.15 מטר ואורך צילו של הדקל באותו זמן היה 12 מטר. מה גובה הדקל? (קרני השמש יוצרות אותה הזווית עם הדקל ועם האדם)



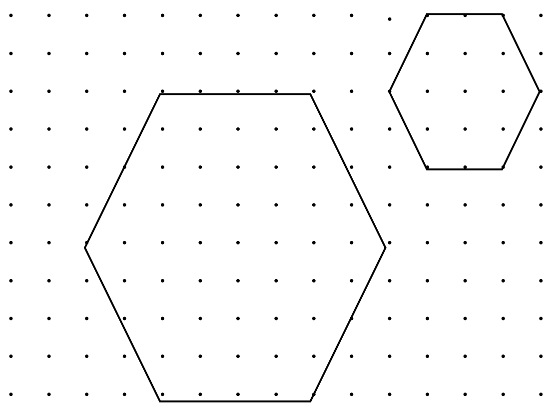
6. במשולש ABC חסום ריבוע PQRS.
   א. חשבו את כל הזוויות שבשרטוט על סמך הנתונים.
   ב. ציינו את כל המשולשים ישרי הזווית שבשרטוט.
   ג. אילו מבין המשולשים האלה דומים ל-ΔACB?
   ד. מדדו (בעזרת סרגל) וחשבו את היחס שבין הצלעות של שניים מהמשולשים הדומים.
   ה. האם בין המשולשים האלה יש משולשים החופפים זה לזה? נמקו.

7. נתון מלבן ABCD שמידותיו רשומות על גבי השרטוט. שרטטו מלבן דומה KLMN שאורך אחת מצלעותיו היא 12 ס"מ. רשמו את אורכי הצלעות של המלבן KLMN. כמה מלבנים דומים כאלה יש? הסבירו.

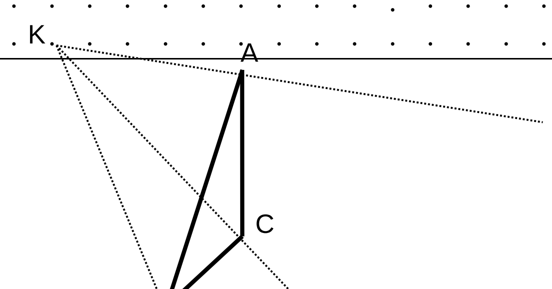


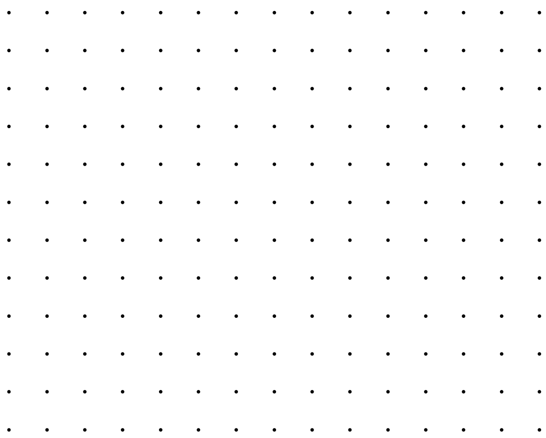
8. לגבי כל אחת מהטענות הבאות קבעו אם היא נכונה. נמקו.
   א. כל שני מלבנים דומים זה לזה.
   ב. כל שני ריבועים דומים זה לזה.
   ג. כל שני משושים דומים זה לזה.
   ד. כל שני מתומנים משוכללים דומים זה לזה.

9. קבעו אם המשושים שלפניכם דומים זה לזה. נמקו את תשובתכם. אם המשושים דומים, מהו יחס הדמיון?



10. מהנקודה K שבשרטוט יוצאות 3 קרניים. היעזרו בקרניים ושרטטו משולש EDF הדומה למשולש ABC ויחס הדמיון הוא 2.





11. א. שַרטטו משולש א' שאורכי צלעותיו הם 3,4,5 ס"מ.
ב. שַרטטו משולש ב' שדומה לו ויחס הדמיון בין המשולשים הוא 3.
ג. אם נגדיל את כל אחת מהצלעות של משולש א' ב- 3 ס"מ, האם המשולש שיתקבל יהיה דומה למשולש א'? נמקו.

סבב 3

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי
מערכת משוואות של שתי משוואות מהמעלה הראשונה שאלות מילוליות מתאימות ערך מוחלט ואי-שוויונות – העמקה (18 שעות)	**שורש ריבועי ומספר אי-רציונאלי** (4 שעות)	**משפט פיתגורס במישור ובמרחב גליל** (12שעות)

תחום אלגברי: 1. מערכת משוואות של שתי משוואות מהמעלה הראשונה שאלות מילוליות מתאימות, ערך מוחלט ואי-שוויונות – העמקה (18 שעות)

נושאי הלימוד	דגשים ודוגמאות
מערכת משוואות של שתי משוואות מהמעלה הראשונה ושאלות מילוליות מתאימות	בפרק זה לומדים לפתור מערכות של שתי משוואות קוויות בשני משתנים.

דגשים:

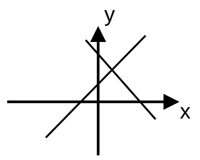
1. יש לפתוח בנושא באמצעות שאלות מילוליות המחייבות פתרון מערכת של שתי משוואות קוויות בשני נעלמים.
2. יש ללמוד לפתור מערכות משוואות באמצעים גרפיים.
3. יש ללמוד לפתור מערכות משוואות באמצעים אלגבריים (בשיטת ההצבה, ועל ידי הבאה למקדמים שווים). יש ללמוד לשקול איזו שיטה נוחה יותר בעבור מערכת משוואות נתונה.
4. יש לזהות את מספר הפתרונות שיכול להיות אפס, אחד או אינסוף.
5. יש לפתור שאלות מילוליות שאותן ניתן לפתור באמצעות פתרון מערכת של שתי משוואות קוויות בשני נעלמים.

דוגמאות:

1. מצאו שני מספרים שסכומם 127 והפרשם 47.
2. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

א. $\begin{cases} 2x+y=2 \\ 3x-y-x=-4 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} \frac{x-4y}{2}=\frac{x-2y}{5} \\ \frac{1}{2}x+2y=x-1 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} (x-1)(y+2)=xy+3 \\ (x+5)(y-1)=(x-3)(y+2) \end{cases}$

3. לפניכם 3 מערכות משוואות בשני נעלמים וגרף אחד שמתאים רק לאחת מהמערכות. מצאו את המערכת המתאימה. נמקו!



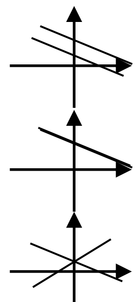
א. $\begin{cases} 2x+y=2 \\ x+3y=1 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} y-x=2 \\ y+x=4 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} 2y-x=2 \\ y=x+3 \end{cases}$

4. התאימו בין הייצוגים הגרפיים ובין הייצוגים האלגבריים.

א. $\begin{cases} 6x+9y=12 \\ 2x+3y=4 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} 6x+9y=4 \\ 2x+3y=12 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} 9x+3y=12 \\ -3x+2y=8 \end{cases}$



5. רות שילמה 29 שקלים בעבור כביסה של 4 מגבות ו-7 סדינים. לקראת החג יצאו במבצע של 20% הנחה. במסגרת ההנחה שילמה רות 20 שקלים בלבד בעבור כביסה של 5 מגבות ו-5 סדינים. מהו התעריף הרגיל של המכבסה בעבור כביסת מגבת אחת ובעבור סדין אחד?

	6. דני ועמי יצאו ברגל זה לקראת זה משני יישובים המרוחקים זה מזה 30 ק"מ. הם נפגשו כעבור 4 שעות. למחרת, עמי יצא 5 שעות אחרי דני, והם נפגשו שעתיים לאחר צאתו של עמי. מהי מהירות ההליכה של דני ועמי? 7. אם נגדיל צלע אחת של מלבן ב-2 ס"מ ונקטין צלע סמוכה לה ב-3 ס"מ, נקבל ריבוע שהיקפו 20 ס"מ. מהן מידות המלבן? מהו שטח המלבן? מהו שטח הריבוע שנוצר?
ערך מוחלט	**ערך מוחלט הוא הערך של מספר תוך התעלמות מהסימן שלו.** **ערך מוחלט של מספר מבטא את מרחקו של המספר מאפס. את הערך המוחלט של x מסמנים |x|.** דגשים: 1. בהקשר של **מספרים מכוונים** הערך המוחלט של מספר הוא גודלו של המספר המכוון. בפרט, ל- a ול- (a–) אותו ערך מוחלט. 2. ערך מוחלט של מספר הוא תמיד **חיובי**, למעט ערכו המוחלט של אפס ששווה לאפס. 3. עבור כל שני מספרים x ו- y, הביטוי |x – y| מבטא את המרחק בין x ובין y על ציר המספרים. עבור x > y, המרחק בין x ל- y הוא ההפרש x – y. 4. יש ללמוד לזהות ולשרטט את הגרף של הפונקציה y = |x| ו- y = |x – a| דוגמאות: 1. מהו הערך המוחלט של המספרים הבאים: א. 6 ב. 8– ג. 0 ד. ½– 2. אם ערך מוחלט של מספר הוא 9, מה יכול להיות המספר? 3. מהם הערכים של x שבעבורם 5 = |x – 3|. נמקו את תשובתכם תוך פרוש הערך המוחלט במושגים של מרחק. 4. כתבו טבלת ערכים חלקית של הפונקציה y = |x – 3| הכוללת שלושה ערכים של x הקטנים מ-3 ושלושה ערכים של x הגדולים מ-3. שרטטו גרף של פונקציה זו. 5. הסבירו מדוע |x – 3|=|3 – x|. 6. מה הקשר בין ערך מוחלט של ריבוע של מספר לריבוע של הערך המוחלט שלו?
אי-שוויונות (העמקה)	פתרון אי-שוויונות באמצעים גרפיים. דגש: בפרק זה פותרים אי-שוויונות באמצעים גרפיים (ובאמצעים אלגבריים כשזה ניתן). המטרה היא להעמיק את האינטואיציה, כהכנה לפתרון בעיות מסוג זה באמצעים אלגבריים בכיתות גבוהות יותר. דוגמאות: 1. פתרו את אי-השוויון: $\frac{1}{7} < \frac{1}{x}$ 2. פתרו את אי-השוויון 5 > |x – 3|.

תחום מספרי: 3. שורש ריבועי ומספר אי-רציונאלי (4 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
	מומלץ ללמד נושא זה לפני או תוך כדי הלימוד של משפט פיתגורס. דגשים:

<table>
<tr><td></td><td>
1. הצורך לחשב שורש ריבועי מתעורר בכל עת בה מחשבים אורך של צלע בהסתמך על משפט פיתגורס. התלמידים למדו על השורש הריבועי בכיתה ז, אבל למדו לחשב אותו רק כשהתוצאה היא מספר שלם וחישובים המסתמכים על משפט פיתגורס מחייבים הכרת שורשים שאינם מספרים שלמים.

2. $\sqrt{9}$ למשל, הוא ביטוי לפעולה וכן הוא הייצוג של המספר 3.

3. יש לאמוד שורש ריבועי לפחות ברמת דיוק של שלם.

4. יש להסביר לתלמידים את ההבדל בין מספרים רציונאליים ובין מספרים אי-רציונאליים. יש להסביר שמספרים רציונאליים יכולים להיכתב כמנה של שני מספרים שלמים, אבל הייצוג העשרוני שלהם אינו בהכרח סופי הוא יכול להיות אינסופי מחזורי (למשל, שליש). למספרים אי-רציונאליים יש רק ייצוגים אינסופיים לא מחזוריים.

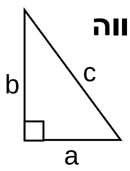
5. בכיתות מתקדמות ניתן להוכיח שהשורש הריבועי של 2 אינו רציונאלי. מומלץ גם להציג את ההקשר ההיסטורי של גילוי קיומם של מספרים אי-רציונאליים.

<u>דוגמאות:</u>
1. אמדו את השורש הריבועי של 2: האם הוא גדול או קטן מ-1? האם הוא גדול או קטן מ-2? האם הוא גדול או קטן מ-1.5?
מצאו שני מספרים שהפרש הוא 0.5 שהאחד קטן מהשורש הריבועי של 2 והאחר גדול ממנו.

2. סמנו > או <:
א. $3 \ \square \ \sqrt{5}$
ב. $4.5 \ \square \ \sqrt{18}$

3. השלימו את המספרים השלמים הקרובים ביותר ל $\sqrt{22}$ במשבצות:
$\square < \sqrt{22} < \square$

4. מקמו את המספרים הבאים על ציר המספרים:
$\sqrt{5}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{125}$, $\sqrt{600}$
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">תחום גאומטרי: 3. משפט פיתגורס במישור ובמרחב, גליל (12 שעות)</th></tr>
<tr><th>נושאי הלימוד</th><th>דגשים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td>**משפט פיתגורס במישור ובמרחב**</td><td>
משפט פיתגורס הוא אולי המשפט הראשון שאותו פוגשים התלמידים ואשר נכונותו אינה נראית לעין, ומכאן נחיצותה של הוכחה.
משפט פיתגורס במשולש ישר זווית סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר. $a^2 + b^2 = c^2$


<u>דגשים:</u>
1. יש לשלב פעילויות העוסקות בהוכחת המשפט בדרכים מגוונות.
2. יש ללמוד לחשב צלעות והיקפים בעזרת משפט פיתגורס.
3. השימוש במשפט פיתגורס מצריך חישוב שורש ריבועי, ולימוד זה משתלב עם עיסוק בשורשים בתחום המספרי.
4. מומלץ לעסוק בבניות שבהן יש להסיק נתונים חסרים בעזרת משפט פיתגורס.
5. יש להוסיף למשפטי החפיפה את משפט החפיפה: שני משולשים ישרי זווית שלהם ניצב שווה ויתר שווה חופפים זה לזה.

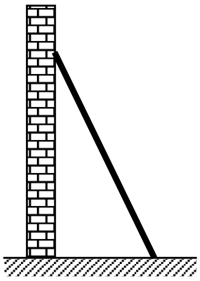
6. יש לעסוק בבעיות המשלבות בין משפט פיתגורס לבין עובדות שנלמדו בכיתות ז'-ח'.
7. יש ליישם את משפט פיתגורס במרחב: בקוביות ובתיבות. חשוב להיעזר אז באמצעי המחשה.
</td></tr>
</table>

8. יש להבחין בין אלכסון של פאה (אלכסון של מלבן) לבין אלכסון של תיבה שהוא קטע המחבר שני קודקודים שאינם על אותה פאה.

<u>דוגמאות:</u>

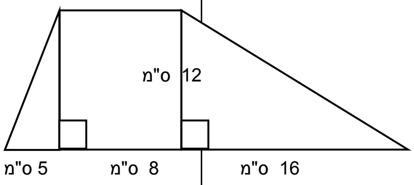
1. א. השתמשו בעובדה ש: $5 = 2^2 + 1$ ושרטטו קטע באורך $\sqrt{5}$ ס"מ.
מדדו באמצעות סרגל ומצאו אומדן למספר $\sqrt{5}$.
ב. בנו ריבוע שאלכסונו $\sqrt{8}$ ס"מ.

2. נתון ריבוע ששטחו 1 סמ"ר.
בנו ריבוע ששטחו כפול משטח הריבוע הנתון.

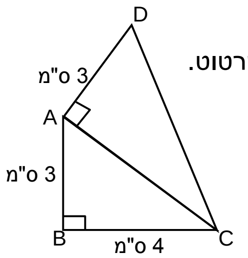


3. א. סולם נשען על הקיר. רגליו נמצאות במרחק 50 ס"מ מהקיר וראשו בגובה 1.5 מ'. מה אורך הסולם?
ב. הסולם החליק ומרחקו מהקיר הוא עתה 60 ס"מ.
לאיזה גובה יגיע הסולם?

4. אורך האלכסון של מסך טלוויזיה מלבני הוא 25 אינץ'.
א. האם ניתן לקבוע את האורך והרוחב של המסך?
ב. מהם האורך והרוחב שלו אם ידוע שהיחס ביניהם הוא 4:3?
ג. מהו שטח המסך?
ד. מהו היקף המסך?



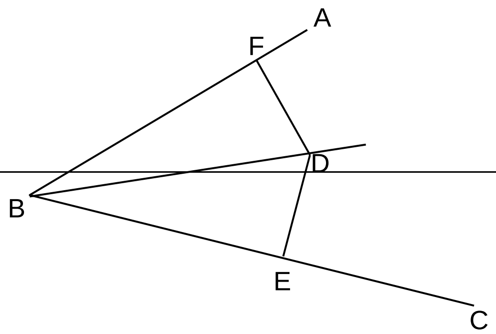
5. נתון טרפז. חלק מהנתונים רשומים על גבי השרטוט.
א. חשבו את שטח הטרפז
ב. חשבו את היקף הטרפז.



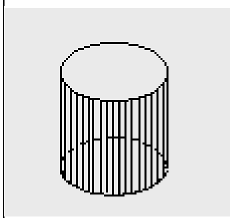
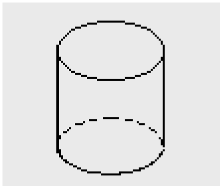
6. א. חשבו את שטח המרובע ABCD על פי הנתונים בשרטוט.
ב. חשבו את היקף המרובע ABCD.

7. א. נתונים שני משולשים ישרי זווית. לכל משולש ניצב אחד באורך 6 ס"מ ואורכו של היתר הוא 9 ס"מ. נמקו מדוע המשולשים חופפים.
ב. נתונים שני משולשים ישרי זווית. לכל משולש של ניצב אחד באורך a ס"מ ואורכו של היתר הוא c ס"מ. נמקו מדוע המשולשים חופפים.
ג. מה תוכלו לומר על כל שני משולשים ישרי זווית שלהם ניצב ויתר שווים?

8. נתונה זווית ABC. מהנקודה D שבתוך הזווית מורידים אנכים לשוקי הזווית. שני האנכים שווים באורכם. נמקו מדוע AD הוא חוצה זווית ABC.

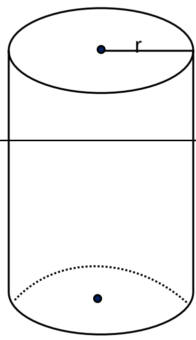


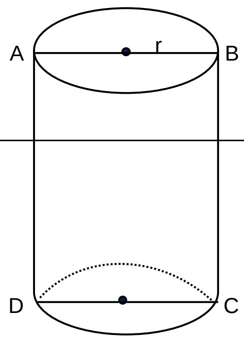
<table dir="rtl">
<tr>
<td></td>
<td>9. האם אפשר להניח מטריה שאורכה 75 ס"מ במזוודה שמימדיה 25X40X60 ס"מ?

10. נפח של תיבה הוא 180 סמ"ק. היעזרו בהמחשה של תיבה.
א. אילו אורכי צלעות יכולים להיות לתיבה? רשמו 3 אפשרויות.
ב. בחרו את אחת התיבות שהצעתם וחשבו את האורכים של אלכסוני הפאות של התיבה.
ג. האם אורך כל אלכסון של פאה של תיבה גדול מאורך כל אחת מצלעותיה? נמקו או הדגימו.
ד. חשבו את אורך אלכסונה של התיבה.
ה. האם אורך אלכסון התיבה גדול מאורך כל אחת מצלעותיה? נמקו.
ו. שערו: מבין שלוש האפשרויות שרשמתם, לאיזו תיבה שנפחה 180 סמ"ק האלכסון הארוך ביותר? נמקו.
ז. בדקו על ידי חישוב אם צדקתם.</td>
</tr>
<tr>
<td>גליל (גליל ישר בלבד)
הכרות עם הגוף,
חישוב שטח פנים,
חישוב שטח מעטפת,
חישוב נפח, פריסה</td>
<td>גליל - גוף המורכב משני עיגולים חופפים הממוקמים במישורים מקבילים, ומכל הקטעים המחברים עיגולים אלה.
לשני העיגולים קוראים בסיסי הגליל.
לגליל הישר קיימת מעטפת שהיא בצורת מלבן.



<u>דגשים:</u>
1. יש ללמוד לחשב את שטח הפנים, שטח המעטפת והנפח של גליל שמימדיו נתונים באמצעים מספריים ואלגבריים.
2. יש לדון בהשתנות שטח פני הגליל כתוצאה משינויים חיבוריים וכפליים באורכי הגובה והרדיוס, למשל, במקרים בהם אורכי הגובה והרדיוס מוכפלים פי 2.
3. יש לדעת לשרטט פריסה של גליל.
4. יש לעסוק בבעיות המשלבות בין חישובים עם גליל לבין עובדות שנלמדו בכיתות ז'-ח', כולל המרת מידות.
5. יש ליישם את משפט פיתגורס במרחב עם גליל. חשוב להיעזר אז באמצעי המחשה.
6. יש לעסוק בשאלות בהקשרים מציאותיים.

<u>דוגמאות:</u>
1. חשבו את נפח הגלילים ושטחי המעטפת שלהם על פי הנתונים:
א. 3 ס"מ = r
8 ס"מ = h
ב. שטח ABCD הוא 60 סמ"ר
5 ס"מ = r</td>
</tr>
</table>

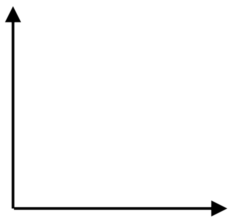




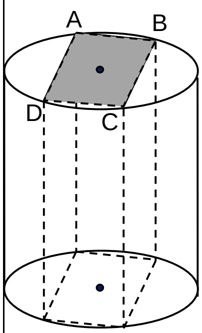
2. שרטטו פריסה של גליל.

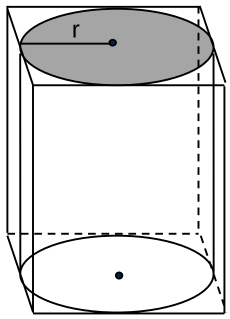
3. נתון כלי בצורת גליל ששטח הבסיס שלו הוא 1000 סמ"ר וגובהו 20 ס"מ. ממלאים את הגליל ב- 4 ליטרים של מים. מה יהיה גובה פני המים לאחר המילוי?

4. נתון גליל ריק שממלאים אותו בנוזלים בקצב אחיד וברציפות. שרטטו סקיצה של גרף המתאר את הקשר בין זמן המילוי לגובה הנוזלים:

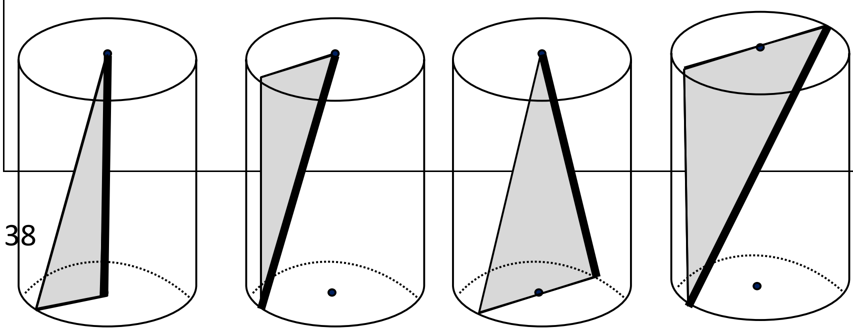


5. נתונים שני כלים.
I גליל בתוך תיבה:
r = 5 ס"מ, h = 12 ס"מ
II תיבה ריבועית בתוך גליל:
ABCD ריבוע
שאורך צלעו 8 ס"מ
h = 12 ס"מ
חשבו את נפח הגליל ונפח התיבה של כל אחד מהכלים.





6. א.נתונים 4 גלילים שמידותיהם שוות. בתוך הגלילים משולשים שונים.
באיזה מהמשטחים הצלע המובלטת היא הקצרה ביותר? הארוכה ביותר? נמקו.



ד ג ב א

ב. נתוני הגליל: $r = 4$ ס"מ, $h = 10$ ס"מ
חשבו את נפח הגליל
חשבו את שטחי המשולשים ואת אורך הצלע המובלטת בכל משולש.

7. דרור רצה לקנות צנצנת דבש. בחנות למוצרי טבע אליה הלך דרור, נמכר דבש בצנצנות שצורתן גליל. דרור מצא שני גדלים של צנצנות. צנצנת אחת הייתה גבוהה פי שניים מהשנייה, אבל קוטר בסיסה היה פי שניים קטן יותר. שתי הצנצנות היו מלאות בדבש. מחירה של הצנצנת הגבוהה הוא 13 שקלים ומחירה של הצנצנת הנמוכה הוא 20 שקלים. איזו צנצנת יבחר דרור אם רצונו לקנות את הדבש במחיר הנמוך ביותר ליחידת נפח? הסבירו.