משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית - אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

מתמטיקה - תוכנית הלימודים לכיתה ז'
הנחיות כלליות

<u>**עקרונות**</u>:

א. על לימודי המתמטיקה בכיתה ז לשמר ולהעמיק את הידע שנלמד בבית הספר היסודי תוך כדי לימוד תכנים חדשים, ולא במסגרת שיעורי חזרה.
ב. כל נושא יכלול לימוד ופיתוח של רמות חשיבה שונות: ידע וזיהוי, חשיבה אלגוריתמית, חשיבה תהליכית (יישום בהקשרים מוכרים) וחיפוש פתוח. בפרט, יש לשלב בעיות אורייניות מתוך מציאות קרובה לתלמידים.
ג. יש לשלב אמצעי המחשה, כדוגמת איורים, דגמים, גזירות וקיפולי נייר בכל תחומי הלימוד שבהם זה ניתן.

<u>**מבנה התוכנית**</u>:

א. תוכנית הלימודים מחולקת לשלושה תחומים - **מספרי**, **אלגברי** ו**גאומטרי**. על שלושת התחומים להילמד תוך שילוב מושכל ביניהם.
ב. הלימוד מבוסס על שלושה סבבים שכל אחד מהם מתבסס על הסבבים שקדמו לו. התחום האלגברי והתחום הגאומטרי נלמדים בכל שלושת הסבבים, ואילו התחום המספרי נלמד בשני הסבבים הראשונים.
ג. לימודי ה**אלגברה** נפתחים ביצירת תשתית, שבמרכזה מושג ה**משתנה** ו**הביטוי האלגברי**. **משוואות** נלמדות בשני סבבים, תוך שימת דגש על הבנת מושגי **המשוואה ופתרונה**. בשלב זה של הלימוד יילמדו דרכי פתרון המצריכות מיומנויות בסיסיות בלבד, כשהעמקה במיומנויות הטכניות נדחית לכיתה ח. בסבב השלישי נלמד מושג ה**פונקציה**. יש לפתוח נושא זה בהיכרות עם מצבים מציאותיים שבהם טבעי להגדיר התאמות בין מספרים, ולשלב בהדרגה הגדרות וסימונים פורמליים.
ד. **התחום המספרי** נפתח בחזרה ובהעמקה ב**חוקי החשבון** המוכרים מבית הספר היסודי, תוך שימוש גם בכתיב אלגברי. הסבב השני מתמקד ב**מספרים מכוונים** ובפעולות חשבון במספרים מכוונים.
ה. לימודי ה**גאומטרייה** מתבססים על הנלמד בבי"ס יסודי. הדגש הוא על לימוד מוחשי המשלב בניות, מדידות וחישובים. בשלב ראשון יש לבסס את הלימוד על הנמקות שמקורן בהתנסויות מוחשיות. באופן הדרגתי יש להשתמש בעובדות שהתקבלו בדרך מוחשית לשם הנמקת טענות חדשות. מושגי השטח והנפח יוצגו באופן אינטואיטיבי ויוקנו לתלמידים ע"י דוגמאות. לימודי הגאומטרייה בכיתות ז ו-ח יהיו בסיס שעליו יישענו לימודי הגאומטרייה הדדוקטיבית החל מכיתה ט.
ו. משיקולים פדגוגיים קיימים מקומות שבהם התכנית מעדיפה תיאורים דידקטיים על פני הגדרות מתמטיות פורמליות.
ז. בתוכנית תכנים נוספים בעבור תלמידים מתקדמים ומתעניינים (על רקע אפור).

סבב 1

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי
משתנים, ביטויים אלגבריים והכללה של תופעות מספריות (15 שעות)	**פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים** (10 שעות)	**מלבן, תיבה ניצבות והקבלה** (15 שעות)

<table>
<tr><th colspan="2">תחום אלגברי: 1. משתנים, ביטויים אלגבריים והכללה של תופעות מספריות (15 שעות)</th></tr>
<tr><th>נושאי הלימוד</th><th>דגשים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td>משתנים וביטויים אלגבריים</td><td>
משתנה: סימן שמייצג ערך מספרי שניתן לקביעה ולשינוי לפי הצורך.

<u>דגשים:</u>
1. בלימוד ראשוני יש להתמקד בייצוג ערכים מספריים באמצעות משתנים, ואין לפרט את השימושים השונים במשתנה, שהם: נעלם, קבוע, אמצעי לניסוח טענה כללית או פרמטר.
2. מוצע להציג את מושג המשתנה בדוגמאות שבהן רואים את התועלת שבו, למשל, תיאור מצבים חשבוניים והכללות של מקרים פרטיים (ניסוח חוקיות).
3. לתלמידים אין הכרות קודמת עם סימנים כמייצגים ערכים מספריים (למעט שימוש במשבצות), ויש להקדיש זמן להטמעת הייצוג.

ביטוי אלגברי: צירוף של מספרים ו/או משתנים הקשורים ביניהם בפעולות מתמטיות.

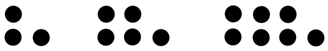
<u>דגשים:</u>
1. מספרים וביטויים חשבוניים הם מקרים פרטיים של ביטויים אלגבריים. ביטוי חשבוני הוא צרוף של מספרים הקשורים ביניהם בפעולות מתמטיות. כשביטוי אלגברי כולל משתנים, הצבת ערכים מספריים במשתנים הופכת אותו לביטוי חשבוני שלו ערך מספרי.
2. מוצע להציג ביטויים אלגבריים גם דרך דוגמאות הממחישות את התועלת שבהם כהמשך להצגת המושג משתנה.
3. יש להתמקד ביישומים של ביטויים אלגבריים מבלי לעסוק בהגדרה פורמלית, ובזיהוי של ביטויים אלגבריים.

<u>דוגמאות:</u>
1. א. מחיר ליטר דלק הוא 7 שקלים.
מהי העלות של 20 ליטרים של דלק? של 30 ליטרים של דלק?
מהי העלות של b ליטרים של דלק?
מהי העלות כש: $b = 40$?

ב. בלילה, בין השעות 21:00 ל-06:00 קיימת עמלה קבועה בת 2 שקלים בעבור כל מילוי דלק.
מהי העלות של 20 ליטרים של דלק בלילה? של 30 ליטרים של דלק?
מהי העלות של b ליטרים של דלק בלילה?
מהי העלות כש: $b = 40$?

2. דוגמה לקישוריות עם גאומטרייה:
מהו היקפו של משולש שווה-צלעות שאורך צלעו 5 ס"מ?
מהו היקפו של משולש שווה-צלעות שאורך צלעו 7 ס"מ?
מהו היקפו של משולש שווה-צלעות שאורך צלעו m ס"מ?
</td></tr>
</table>

3. לפניכם שלושה איברים ראשונים (משמאל לימין) בסדרה של קבוצות סימנים:



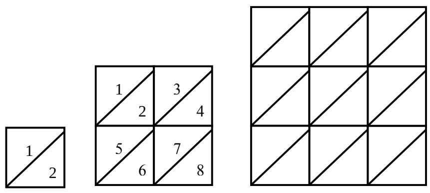
א. כמה סימנים יש בכל אחד מהאיברים המוצגים?
ב. הציעו המשך לסדרה: כתבו שלושה איברים עוקבים.
ג. בהנחה ששת האיברים הראשונים של הסדרה הם 13 ,11 ,9 ,7 ,5 ,3, מהו האיבר ה-9 בסדרה? דרך פתרון אפשרית היא להמשיך את הסדרה עד לקבלת 9 איברים.
ד. מהו האיבר ה-58 בסדרה? מהו האיבר ה-1000 בסדרה?
מטרת השאלה היא לשכנע שיש צורך בדרך כללית למציאת איבר כלשהו בסדרה. דרך מוצעת למציאת איבר כללי בסדרה היא:
(1) לראות שאפשרי להציג את שלושת האיברים הראשונים בסדרה כך:
$2\cdot1+1,\ 2\cdot2+1,\ 2\cdot3+1$
(2) לבדוק שהתבנית נשמרת, ולהסיק מכך שהאיבר ה-9 הוא $2\cdot9+1$.
(3) להסיק את הערכים המספריים של האיברים ה-58 וה-1000.
(4) לנסח חוקיות זו באמצעות ביטוי אלגברי. האיבר במקום ה- n הוא $2\cdot n+1$.

4. מהם חמשת האיברים הראשונים של הסדרה שבמקום ה-n שלה נמצא המספר $3\cdot n-1$?
מהם חמשת האיברים הראשונים של הסדרה שבמקום ה-n שלה נמצא המספר $\frac{2}{3}n$?

5. הציגו את החוקיות בסדרות הבאות באמצעות ביטויים אלגבריים:
$3, 5, 7, ...$
$5, 8, 11,...$

6. הציגו את החוקיות בסדרות הבאות באמצעות ביטויים אלגבריים:
$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},...$, $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},...$, $\frac{2}{3},\frac{4}{4},\frac{6}{5},\frac{8}{6},...$.

7. הסדרה הבאה מיוצגת באיורים:



צורה 1   צורה 2   צורה 3

וממשיכה לפי אותה חוקיות.

השלימו את הטבלה הבאה:

הצורה	מספר המשולשים
1	2
2	8
3	
4	

כמה משולשים יהיו בצורה ה-7?

	כמה משולשים יהיו בצורה ה-50? הסבירו כיצד ניתן לחשב את מספר המשולשים בצורה ה-50 ללא צורך בשרטוט הצורה. <u>הערות:</u> 1. יש לשים לב שאופן הכתיבה המקובל של כפל מספר במשתנה, למשל $2x$, עלול ליצור קושי אצל תלמידים. בשלבים הראשונים של הלימוד מומלץ לרשום את סימן הכפל באופן מפורש, למשל כך: $2 \cdot x$. 2. יש לעסוק במגוון מצבים וסוגים שונים של חוקיות, ולשלב בהם גם שברים ותכנים גאומטריים. 3. יש לשים לב שמספר סופי של איברים בסדרה אינו קובע את המשכה באופן יחיד.
הצבת מספרים בביטויים אלגבריים, וחישוב ערכם המספרי של הביטויים החשבוניים המתקבלים	**כשמציבים מספר במשתנה, הביטוי האלגברי הופך לביטוי חשבוני שלו ערך מספרי.** <u>דגשים:</u> 1. הצבת מספרים בביטויים אלגבריים תיעשה הן כתרגול לשמו והן בהקשר של שאלות מילוליות. 2. יש לתרגל הצבת מספרים טבעיים, שברים פשוטים ומספרים עשרוניים. <u>דוגמאות:</u> 1. הציבו בביטוי האלגברי $21 - 3 \cdot a$ את הערכים 5, $5\frac{1}{5}$, 5.4, 5.7 במקומו של המשתנה a, וחשבו את ערכו המספרי של הביטוי בכל אחד מהמקרים. 2. א. מחיר ק"ג עגבניות בחנות הוא a שקלים ומחיר ק"ג מלפפונים הוא b שקלים. כתבו ביטוי אלגברי המבטא את עלותם הכוללת של 3 ק"ג עגבניות ו-2 ק"ג מלפפונים בחנות זו. ב. מחיר ק"ג עגבניות בשוק נמוך ב- 2 שקלים ממחירו בחנות, ומחיר ק"ג מלפפונים הוא 3/4 ממחירו בחנות. כתבו ביטוי אלגברי המבטא את עלותם הכוללת של 3 ק"ג עגבניות ו-2 ק"ג מלפפונים בשוק. 3. הציבו את המספרים ...,1,2,3 במקום המשתנה a בביטוי $4a + 2 - 3a + 1$.
שוויון בין ביטויים אלגבריים **כינוס איברים דומים**	**ביטויים אלגבריים שווים: שני ביטויים אלגבריים נקראים שווים אם לשניהם אותו ערך מספרי עבור <u>כל</u> הצבה אפשרית של מספרים.** <u>דגשים:</u> 1. התלמידים ילמדו לזהות אם שני ביטויים אלגבריים שווים באמצעות חוקי החשבון הנלמדים בתחום המספרי (חוקי החילוף, חוקי הקיבוץ, וחוק הפילוג). 2. חוקי החשבון מאפשרים להמיר ביטויים אלגבריים בביטויים אלגבריים ששווים להם ופשוטים יותר. פישוט ביטויים אלגבריים יהיה בהמשך כלי לצורך פתרון משוואות. 3. בהקשר זה, יש לתרגל פעולות בשברים, ובפרט להציג את השקילות בין סימן החילוק ":" לבין קו השבר. 4. בשלב זה, מעברים בין ביטויים אלגבריים שווים יתורגלו רק בדוגמאות שבהם משתנה אחד בלבד. <u>דוגמאות:</u> 1. הביטוי $p + p + p$ שווה לביטוי $3 \cdot p$ משיקולים אינטואיטיביים ומהגדרת הכפל.

	2. הביטוי $a + 7 + 2a – 2$ שווה לביטוי $a + 2a + 7 – 2$ משיקולים אינטואיטיביים. לכינוס של כפולות שונות של אותו משתנה קוראים "כינוס איברים דומים". 3. הביטוי $\frac{2}{5}m$ שווה לביטוי $\frac{2m}{5}$. יש לבסס שוויון זה על אופן הכפל של מספר בשבר. 4. השוויונות הבאים נובעים מההצגות השקולות של פעולת החילוק, ומחוק הפילוג: $(a+3):2=\frac{a+3}{2}=\frac{a}{2}+\frac{3}{2}$

נושאי הלימוד	**תחום מספרי: 1. פעולות החשבון וחוקיהן, חזקות ושורשים ריבועיים (10 שעות)** **דגשים ודוגמאות**
כללי פעולות החשבון	בבית הספר היסודי נלמדות פעולות החשבון וחוקיהן. הדגשים בפרק זה הם חזרה, ביסוס הבנת פעולות החשבון, הדגמת החוקים במצבים מוכרים ושימוש בהם לפתרון תרגילים. <u>דגשים:</u> 1. יש לבסס את הכרת סדר פעולות החשבון על תובנה מספרית. אין צורך בתרגילים ארוכים ואין צורך בריבוי סוגריים. 2. בביטוי שבו פעולות עוקבות של חיבור וחיסור, כל מחובר מייצג תוספת לביטוי הכולל (ללא תלות בשלב שבו הוא נוסף) וכל מחסר מייצג הפחתה מהביטוי הכולל (ללא תלות בשלב שבו הוא מופחת) לפיכך כל שינוי בסדר המחוברים או המחסרים אינו משנה את ערך הביטוי הכולל. 3. מומלץ לשלב ביטויים אלגבריים עם התחום המספרי. 4. זה המקום לעסוק בביטויים אלגבריים שווים שבהם משנים את סדר המחוברים והמחוסרים. 5. יש לחזור על משמעות פעולת החילוק ולהציג את קו השבר כשקול לפעולת חילוק. <u>דוגמאות:</u> 1. שינוי סדר המחוברים/מחוסרים מפשט את החישוב במקרים הבאים: $2.4 + 1.7 + 7.6 = 2.4 + 7.6 + 1.7 = 10 + 1.7 = 11.7$ $5.4 + 1.7 – 3.4 = 5.4 – 3.4 + 1.7 = 2 + 1.7 = 3.7$ $5.4 + 8 – 7.4 = 8 – 7.4 + 5.4$ 2. $2a + 3 + 3a + 4 = 2a + 3a + 3 + 4 = 5a + 7$ $5b + 4 – 2b – 3 = 5b – 2b + 4 – 3 = 3b + 1$ 3. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$
חוקי החילוף והקיבוץ של פעולת החיבור	**פעולת החיבור מוגדרת כפעולה בין שני מחוברים (פעולה בינארית).** **חוק החילוף קובע ששינוי סדר המחוברים אינו משנה את הסכום. ניסוחו האלגברי של חוק החילוף הוא שלכל שני מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a ו-b מתקיים:** $$a + b = b + a$$ **חיבור של יותר משני מחוברים כרוך בסדרה של פעולות חיבור, שבכל אחת שני מחוברים. קיימת שרירותיות בסדר בחירת המחוברים.** **חוק הקיבוץ קובע שהסכום אינו תלוי בסדר הסכימה. בניסוחו האלגברי, חוק הקיבוץ קובע שלכל שלושה מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a, b ו-c מתקיים:**

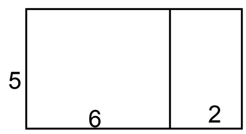
	$(a + b) + c = a + (b + c)$
חוקי החילוף והקיבוץ של פעולת הכפל	**כמו פעולת החיבור, גם פעולת הכפל מוגדרת כפעולה בין שני גורמים (פעולה בינארית). חוק החילוף קובע ששינוי סדר הגורמים אינו משנה את המכפלה. ניסוחו האלגברי של חוק החילוף הוא שלכל שני מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a ו-b מתקיים:** **$a \cdot b = b \cdot a$** **כפל של יותר משני גורמים כרוך בסדרה של פעולות כפל שבכל אחת שני גורמים.** **חוק הקיבוץ קובע שהמכפלה אינה תלויה בסדר המכפלות. בניסוחו האלגברי, חוק הקיבוץ קובע שלכל שלושה מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a, b ו-c מתקיים:** **$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$** **שילובם של חוקי החילוף והקיבוץ גורר שבביטוי שהוא מכפלה של כמה גורמים, כל שינוי בסדר הגורמים אינו משנה את המכפלה.** <u>דוגמאות:</u> 1. שינוי סדר הגורמים מפשט את החישוב במקרה הבא: $\frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 8 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 13 = 4 \cdot 13 = 52$ 2. $2x \cdot 3 = 2 \cdot x \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot x = 6x$ <u>הערה:</u> בניגוד לחיבור ולכפל, אם משנים את הסדר בין שני המספרים בחיסור ובחילוק מתקבלת, בדרך כלל, תוצאה שונה.
אי-חילוק באפס	**חילוק באפס אינו מוגדר.** יש להצדיק זאת על סמך הגדרת פעולת החילוק. בתוך כך ניתן לעשות שימוש בכתיב אלגברי. למשל, ערכו המספרי של הביטוי החשבוני 6:2 הוא מספר a המקיים $2 \cdot a=6$. באותו אופן, ערכו המספרי של הביטוי החשבוני 6:0 צריך להיות מספר a המקיים $0 \cdot a=6$. מכיוון שלא קיים מספר a המקיים תכונה זו, הביטוי 6:0 אינו מוגדר. יש מקום להסביר מדוע גם הביטוי החשבוני 0:0 אינו מוגדר.
איברים נייטרליים	**המספר 0 מקיים את התכונה שלכל מספר a:** **$a + 0 = 0 + a = a$** **לתכונה זו קוראים נייטרליות ביחס לחיבור.** **המספר 1 מקיים את התכונה שלכל מספר a:** **$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$** **לתכונה זו קוראים נייטרליות ביחס לכפל.**

<table dir="rtl">
<tr>
<td>מספרים הופכיים</td>
<td>
מספרים הופכיים: לכל מספר <u>שונה מ-0</u> קיים מספר הופכי כך שמכפלתם של השניים שווה ל- 1.

<u>דוגמאות:</u>
1. המספר ההופכי ל- 2 הוא ½.
2. המספר ההופכי ל- ½ הוא 2.
3. המספר ההופכי ל- $\frac{2}{3}$ הוא $\frac{3}{2}$.
4. גם למשתנה a קיים הופכי (כש- $a \neq 0$), והוא הביטוי האלגברי $\frac{1}{a}$.

<u>הערה:</u>
יש ללמד שחילוק במספר שקול לכפל במספר ההופכי לו, למשל: $21:3 = 21 \cdot \frac{1}{3}$.
</td>
</tr>
<tr>
<td>חוק הפילוג</td>
<td>
חוק הפילוג מקשר בין פעולת הכפל (והחילוק) לבין פעולת החיבור (והחיסור). בניסוחו המקובל, חוק הפילוג קובע שלכל שלושה מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a, b ו-c מתקיים:

$$\mathbf{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}$$
<u>הערה:</u>
מומלץ להדגים את חוק הפילוג על ידי דוגמאות.

<u>דוגמה</u>: את שטחו של המלבן הבא ניתן לחשב בשני אופנים:


דרך א': $5 \cdot 6 + 5 \cdot 2$ דרך ב': $5 \cdot (6 + 2)$

משיקולים דומים מתקבל חוק פילוג הכפל מעל לחיסור, הקובע שלכל שלושה מספרים המיוצגים על ידי המשתנים a, b ו-c מתקיים: $\mathbf{a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c}$

<u>דוגמה</u>: בפרדס יש 17 שורות של עצים. בכל שורה יש 18 עצים, מהם 2 עצי ברוש והשאר עצי לימון. כמה עצי לימון בפרדס?
דרך א': $17 \cdot 18 - 17 \cdot 2$ דרך ב': $17 \cdot (18 - 2)$

<u>דגשים:</u>
1. חוק הפילוג חל על כל מספר של מחוברים.
2. שיטת החישוב הנפוצה לכפל מספר חד ספרתי בדו ספרתי (שנלמד כבר בבית הספר היסודי) הוא דוגמה לשימוש בחוק הפילוג בתחום המספרי.
3. חוק פילוג הכפל מעל לחיסור מוכר לתלמידים מדוגמאות כגון $998 \cdot 7 = (1000 - 2) \cdot 7 = 7000 - 14 = 6986$
4. יש ליישם את חוק הפילוג גם בביטויים אלגבריים.
5. חוק הפילוג מתקיים גם כשבסוגריים יותר משני מחוברים/מחסרים. למשל: $5 \cdot (7 - 3 + 5) = 5 \cdot 7 - 5 \cdot 3 + 5 \cdot 5$
6. פעולת החילוק מקיימת חוק פילוג ביחס למחולק:
$$\mathbf{(b + c) : d = b : d + c : d}$$
$$\mathbf{(b - c) : d = b : d - c : d}$$
</td>
</tr>
</table>

ניתן לקבל את חוק זה ישירות מחוק הפילוג של הכפל אם נציב במקום המשתנה a את הביטוי 1/d, ונשתמש בעובדה שכפל ב-1/d כמוהו חילוק ב-d.

<u>דוגמה</u> לשילוב חוקי הפעולות שנלמדו עד כה עם ביטויים אלגבריים:
חברו בין הביטויים האלגבריים בטור א' לבין הביטויים השווים להם בטור ב':

טור א'	**טור ב'**
2a + 5	8a + 5
3a – a	$\frac{1}{2} \cdot a$
4(a + 1)	4a + 4
6a + 2a + 5	15a
5 · 3a	5 + 2a
$\frac{a}{2}$	2a

הכללים הבאים מוצגים באופן אלגברי, אבל הכוונה היא שילמדו את משמעותם של הכללים ואת דרך יישומם, ולא שיזכרו את הזהויות האלגבריות.

חיסור של סכום:

a – (b + c) = a – b – c

<u>העיקרון</u>: כשהמחסר גדל ההפרש קטן באותו השיעור.

<u>דוגמאות</u>:

1. היקף משולש הוא 23.5 ס"מ. אורכה של אחת הצלעות הוא 7.8 ס"מ ואורכה של צלע אחרת הוא 11 ס"מ. מה אורכה של הצלע השלישית?

ניתן לפתור זאת בשתי דרכים:

א. למצוא את סכום אורכי הצלעות הידועות (7.8 + 11) ולחסרו מ- 23.5.

ב. לחסר מ 23.5 תחילה את 7.8 ואחר כך את 11.

2. היו לי a שקלים. קניתי שני מוצרים, האחד ב-b שקלים והאחר ב- c שקלים. כמה כסף נשאר לי?

ניתן לפתור זאת בשתי דרכים:

א. למצוא כמה כסף הוצאתי בסך הכול, (c + b), ולחסר אותו מ- a, כלומר, a – (b + c).

ב. לחסר מ- a תחילה את b ולאחר מכן את c, כלומר, a – b – c.

חיסור של הפרש:

a – (b – c) = a – b + c

<u>העיקרון</u>: כשהמחסר קטן ההפרש גדל באותו השיעור.

<u>דוגמה</u>:

היו לי a שקלים. כשקניתי מוצר מסוים שילמתי b שקלים וקיבלתי עודף c שקלים. כמה כסף יש לי עכשיו?
ניתן לפתור זאת בשתי דרכים:

א. בסך הכל הוצאתי (b – c) שקלים לכן נשארו לי a – (b – c) שקלים.

ב. לאחר התשלום, ולפני קבלת העודף, היו בידי a – b שקלים. לאחר קבלת העודף היו לי a – b + c שקלים.

<u>העיקרון</u>: כשכופלים את המחלק המנה מחולקת באותו השיעור.

הכפלת המחלק:

$a:(b\cdot c)=(a:b):c$

<u>דוגמה מילולית</u>:

בגן החיות 4 כלובים ובכל כלוב 5 קופים. מחלקים לקופים 60 בננות. כמה בננות יקבל כל קוף?

ניתן לפתור זאת בשתי דרכים:

א. מחלקים תחילה את הבננות בין הכלובים, לכל כלוב $60:4=15$ בננות. בכל כלוב, כל אחד מחמשת הקופים לוקח $15:5=3$ בננות. מכאן שכל קוף מקבל $(60:4):5=3$ בננות.

ב. מחלקים את הבננות ישירות לקופים. מספר הקופים הוא $4\cdot 5=20$, ומכאן שכל קוף מקבל $60:(4\cdot 5)=60:20=3$ בננות.

<u>דוגמה אלגברית</u>:

הביטוי האלגברי $a:(2\times 5)$ קטן פי 5 מהביטוי האלגברי $a:2$ ולכן

$a:(2\times 5)=(a:2):5$

<u>הערה</u>: יש לחזור ולהציג את החילוק גם בעזרת קו שבר. במקרה זה:

$$(a:b):c=\frac{\frac{a}{b}}{c}\qquad\qquad a:(b\cdot c)=\frac{a}{b\cdot c}$$

<u>העיקרון</u>: כשמחלקים את המחלק המנה מוכפלת באותו השיעור.

חילוק המחלק:

$a:(b:c)=(a:b)\cdot c$

<u>דוגמה מילולית</u>:

a ספרים חולקו ל-12 תלמידים המכינים עבודה בשלשות. כמה ספרים תקבל כל שלשת תלמידים?

ניתן לפתור זאת בשתי דרכים:

א. מספר השלשות הוא $12:3$, ולכן כל שלשה תקבל $a:(12:3)$ ספרים.

ב. כל תלמיד יקבל $a:12$ ספרים, ולכן כל שלשה של תלמידים תקבל $(a:12)\cdot 3$ ספרים.

<u>דוגמה אלגברית</u>:

הביטוי האלגברי $a:(12:3)$ גדול פי 3 מהביטוי האלגברי $(a:12)$.

לכן, $a:(12:3)=(a:12)\cdot 3$

<u>הערות</u>:

1. יש לעסוק בתרגילים שבהם מועיל ליישם כללים אלה.
2. שימוש נוסף בכללים אלה ייעשה מאוחר יותר בפתרון משוואות.

חזקות עם מעריך טבעי

אם a הוא מספר כלשהו, ו-n הוא מספר טבעי, אז $a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ **כשהגורם החוזר a מופיע n פעמים.**

<u>דגשים:</u>

1. יש ללמוד את מושג החזקה ככתיב מקוצר של כפל חוזר. למשל, את המכפלה $4 \cdot 4 \cdot 4$ מסמנים 4^3.
2. יש ללמוד שפעולת החזקה קודמת לכפל ולחילוק, וגם לחיבור וחיסור:
   $2 \cdot 5^2 = 2 \cdot 25 = 50$ ולעומת זאת
   $(2 \cdot 5)^2 = 10^2 = 100$
   וכן $2 + 5^2 = 2 + 25 = 27$ ולעומת זאת
   $(2 + 5)^2 = 7^2 = 49$
3. יש להקנות לתלמידים תחושה מספרית למהירות הגידול או ההקטנה של כפל חוזר של מספר בעצמו. למשל,
   $2^2 = 4$, $2^5 = 32$, $2^{10} = 1024$, $2^{20} = 1048576$
   וגם $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$
4. מומלץ להדגים את הגידול החזקתי במצבים אמיתיים (למשל, התפשטות מגפות).
5. ניתן ליישם את הכתיב החזקתי בכתיבת ביטויים עבור שטח ריבוע ונפח קובייה.
6. בפרק זה יש לעשות שימוש בסיסי בלבד בחזקות. החוקים האלגבריים של חזקות יילמדו בכיתה ט.

<u>דוגמאות:</u>

1. דוגמה לתהליך גידול חזקתי מופיעה באגדת "המלך והאורז".
2. $2^3 = \_\_$
3. $2^2 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$
4. $a^3 \cdot a^2 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$
5. $2b \cdot b^2 = 2 \cdot b \cdot b \cdot b = 2b^3$ בתרגילים ממין זה אין לעשות שימוש בחוקי חזקות פורמליים, אלא להתבסס ישירות על חוקי פעולות החשבון.
6. הצגת מספרים טבעיים כמכפלה של חזקות של מספרים ראשוניים, $72 = 2^3 \cdot 3^2$

שורש ריבועי

שורש ריבועי: **שורש ריבועי של מספר הוא מספר שאם מעלים אותו בריבוע מקבלים את אותו מספר.**
שורש ריבועי של מספר a הוא b אם $b^2 = a$
דוגמה- ל 16 יש שני שורשים ריבועיים: 4 ו- –4.
הסימן $\sqrt{\ }$ **מציין את השורש הריבועי החיובי של מספר.**
השורשים הריבועיים של 16 הם 4 ו- –4, אבל $\sqrt{16} = 4$

<u>דגשים:</u>

1. בשלב זה יתורגלו רק חישובי שורשים ריבועיים שהם מספרים טבעיים, למשל $\sqrt{25} = 5$.
2. תלמידים מתקדמים יתרגלו גם שורשים של שברים פשוטים, למשל, $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ או $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$.
3. נדרשת הכרת השורשים הריבועיים של מספרים שלמים ריבועיים עד 144, וכמו כן, של חזקות זוגיות של 10 כגון 10,000 ו-1,000,000

	4. ניתן לחשב את אורך צלעה של קובייה שנפחה נתון. במקרה זה מדובר בשורש שלישי.

תחום גאומטרי: 1. מלבן, תיבה, ניצבות והקבלה (15 שעות)

הנחיות כלליות

לימוד הגאומטרייה בכיתות ז-ח מגשר בין לימוד הגאומטרייה בבית הספר היסודי לבין לימוד גאומטרייה דדוקטיבית החל מכיתה ט (ניתן לכנות את הגאומטרייה שנלמדת בכיתות ז-ח כ"קדם-דדוקטיבית"). מטרות הלימוד הן:

1. חשיפת התלמידים **למגוון מושגים ועובדות** שיילמדו מאוחר יותר במסגרת דדוקטיבית. בהקשר זה, חשוב שתישמר עקביות בין השלב הקדם-דדוקטיבי לבין השלב הדדוקטיבי.
2. לימוד תכנים גאומטריים באמצעות **התנסות מוחשית**, למשל, באמצעות בניות, שרטוטים, וקיפולי נייר. בניות באמצעות סרגל (ללא שנתות) ומחוגה יילמדו החל מכיתה ט.
3. לימוד תכנים שימושיים, ובפרט **מדידות וחישובים** של אורך, שטח, נפח וזוויות. חשוב לקשר בין תכנים אלה לבין התחום האלגברי.
4. חשיפה ראשונית **לביסוס טיעונים** על נימוקים לוגיים. פה חשוב לציין שאין הכוונה ללימוד ניסוח וכתיבת הוכחות פורמאליות, שכן יכולות אלה יפותחו בכיתה ט. שימוש בהנמקות ייעשה במידתיות, ובהתאם ליכולת התלמידים.
5. בחטיבת הביניים לומדים התלמידים לראשונה לסמן עצמים גאומטריים (למשל קודקודים, קטעים, צלעות וזוויות) באמצעות **סימנים מקובלים**.

נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
מלבן	**מלבן הוא מרובע שלו ארבע זוויות ישרות.** דגשים: 1. הבחירה לפתוח את לימוד הגאומטרייה במלבן נובעת מהיותו צורה מוכרת מבית הספר היסודי, והיותו בסיס טבעי לחישובי שטחים. 2. הגדרת המלבן מתבססת על מושג **הזווית הישרה** שאותו ניתן להבין באופן אינטואיטיבי (ראו להלן). 3. יש להכיר את המושגים **צלעות סמוכות**, **צלעות נגדיות**, **קודקודים סמוכים ואלכסון** (קטע המחבר בין שני קודקודים שאינם סמוכים).
ניצבות	**ישר (או קטע) ניצב לישר (או קטע) אחר אם הם נחתכים בזווית ישרה.** דגשים: 1. יש ללמוד לבנות זווית ישרה, למשל באמצעות קיפול נייר. 2. יש ללמוד לבנות ניצב לקטע מנקודה שעל הקטע ומנקודה שאינה על הקטע באמצעים כגון משולש שרטוט, או קיפולי נייר. 3. **מרחק של נקודה מישר** הוא אורכו של הניצב לישר מאותה נקודה. יש ללמוד למדוד מרחק של נקודה מישר על ידי בניית ניצב מתאים. 4. יש להתנסות במדידת אורכי קטעים המחברים נקודות על ישר לנקודה נתונה מחוץ לישר כדי להשתכנע שהניצב לישר הוא הקצר מביניהם.
ישרים מקבילים	**מושג ההקבלה, לפיו שני ישרים הנמצאים באותו מישור נקראים מקבילים אם הם אינם נחתכים, מוכר לתלמידים מבית הספר היסודי.** דגשים: 1. שני **קטעים** נקראים מקבילים אם הם נמצאים על ישרים מקבילים. 2. ההגדרה המסורתית של הקבלה איננה נותנת כלים יישומיים לבדיקה האם שני קטעים נתונים מקבילים. הדרך הנוחה לבדוק אם שני קטעים מקבילים היא על ידי העלאת ניצב מאחד מהם. שני הקטעים מקבילים אם ניצב זה מאונך גם לקטע השני.

	3. יחד עם זאת כדאי לפתח זיהוי ויזואלי של אי-הקבלה גם כשחיתוך הקטעים אינו נראה לעין, למשל:  כמו כן, יש לזהות הקבלה גם כשאורך הקטעים שונה, וגם במצבים הדדים בין שלושה קווים מקבילים (או יותר) כאשר המרחק בין שני קווים אינו בהכרח שווה למרחק בין שניים אחרים (ראו איור)  4. יש ללמוד לשרטט קטע העובר דרך נקודה נתונה ומקביל לקטע נתון באמצעות שתי זוויות ישרות. 5. בשני ישרים מקבילים, כל הנקודות על אחד הישרים נמצאות באותו המרחק מהישר האחר. ניתן, למשל, להיעזר בעקרון זה כדי להסביר מדוע פסי רכבת מקבילים למרות האשליה האופטית שהם נפגשים.
צורות חופפות	**שתי צורות נקראות חופפות אם אפשר להניח אחת מהן על האחרת כך שתכסה אותה בדיוק (לשם כך ניתן להזיז, לסובב ולהפוך את הצורות).**
תכונות המלבן	**תכונות המלבן יילמדו באמצעות המחשה ותוך מתן נימוקים פשוטים.** <u>דגשים</u>: 1. צלעות סמוכות ניצבות זו לזו (נובע מההגדרה). 2. צלעות נגדיות מקבילות זו לזו (כי יש להן ניצב משותף). 3. צלעות נגדיות שוות באורכן (ניתן להראות זאת באמצעות קיפול מלבנים). 4. שני האלכסונים שווים באורכם וחוצים זה את זה (ניתן להראות זאת באמצעות קיפול מלבן שקוף). 5. מרובע שבו 3 זוויות ישרות הוא מלבן (אפשר לראות זאת באמצעות שרטוט). 6. מרובע שבו 3 זוויות ישרות ושתי צלעות סמוכות נתונות מגדיר מלבן מסוים (יש ללמוד לשרטט מלבן בהינתן שתי צלעות סמוכות).
ריבוע	**ריבוע הוא מלבן שכל צלעותיו שוות זו לזו.** <u>דגשים</u>: 1. חשוב להסביר את יחסי ההכלה: כל ריבוע הוא מלבן אבל לא כל מלבן הוא ריבוע. 2. יש לנמק את הטענה לפיה מלבן שלו שתי צלעות סמוכות שוות הוא ריבוע.
היקף ושטח מלבן **היקף מלבן**	**היקף של מצולע הוא סכום אורכי הצלעות שלו.** <u>דגשים</u>: 1. היקף של מלבן שווה לפעמיים סכום האורכים של צלעות סמוכות. 2. יש לעסוק בהיקף של מלבן באמצעים מספריים ואלגבריים. 3. יש ללמוד לעבור בין יחידות אורך שונות: מ"מ, ס"מ, מ' וק"מ. <u>דוגמאות</u>: 1. היקפו של מלבן הוא 36 ס"מ. צלע אחת במלבן ארוכה מהאחרת ב-4 ס"מ. מהן מידות המלבן? 2. מגרש הספורט בבית הספר הוא בצורת מלבן שמידותיו הן: 16.25 מ' X 15 מ'. המורה לחינוך גופני הטיל על התלמידים לרוץ חצי קילומטר. כמה פעמים עליהם להקיף את המגרש? **שטח הוא מידה לגודלם של משטחים.**

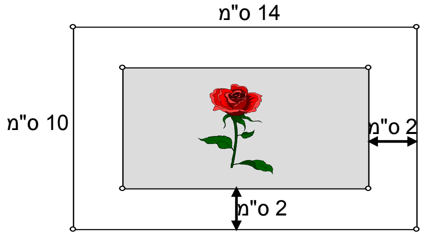
שטח מלבן

<u>דגשים</u>:

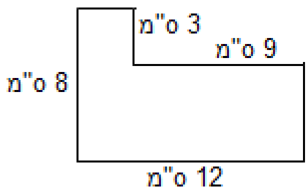
1. מושג השטח מוכר לתלמידים מבית הספר היסודי, אולם עקרונותיו עדיין אינם מובנים לרבים מהם.
2. צורות חופפות שוות בשטחן, אבל צורות ששטחן שווה אינן בהכרח חופפות.
3. אם מרצפים צורה בעזרת צורות שאינן נחתכות, שטחה הוא סכום השטחים של הצורות המרצפות.
4. יחידת מידה של שטח היא צורה תקנית שבאמצעותה מרצפים צורות. יחידות המידה שבהן מקובל להשתמש הן ריבועים. שטחו של ריבוע שאורך צלעו 1 ס"מ נקרא **סנטימטר רבוע** (סמ"ר).
5. שטח מלבן יתקבל תחילה באמצעות ריצוף בריבועי יחידה במקרים שבהם אורכי הצלעות הן כפולות שלמות של ס"מ. על סמך מדידה מוחשית זו תילמד **נוסחת שטח המלבן**.
6. בשלב שני שטח המלבן יתקבל על ידי ריצוף במקרים שבהם אורכי הצלעות הן כפולות רציונאליות של ס"מ. יש לנמק את הרחבת נוסחת שטח המלבן גם למקרים אלה.
7. יש להרחיב את הטיפול גם למקרים שבהם ריבוע היחידה הוא **מטר רבוע** (מ"ר) **וקילומטר רבוע** (קמ"ר). כמו כן, יש להכיר את יחידת השטח **דונם** (1000 מ"ר).
8. יש לדון בהשתנות שטח המלבן כתוצאה משינוי באורכי הצלעות, למשל, במקרים שבהם אורכו של זוג אחד של צלעות נגדיות מוכפל פי 2 או במקרים שבהם אורכי כל הצלעות מוכפלים פי 2.
9. יש ללמוד לעבור בין היחידות סמ"ר ומ"ר, ולנמק את המעברים באמצעות ריצוף.
10. יש להתנסות בבעיות שבהן מושגי ההיקף והשטח משולבים (ראה דוגמא 10 להלן)
11. יש לעסוק גם בשטחים שמורכבים ממלבנים
12. יש לעסוק בשטח של מלבן באמצעים מספריים ואלגבריים.

<u>דוגמאות</u>:

1. ציירו מלבן שצלע אחת שלו באורך של 2 ס"מ וצלע אחרת שלו באורך של 3 ס"מ. מהו היקף המלבן ומהו שטחו?
2. מדדו באמצעות סרגל את אורך הצלעות של מלבן משורטט, ומצאו את היקף המלבן ושטחו.
3. על סריג של נקודות משורטטים מספר מלבנים. קבעו אילו מלבנים בעלי שטח זהה, ואילו מלבנים בעלי היקף זהה.
4. מהו שטחו של מלבן שאורכי צלעותיו הם $\frac{1}{3}$ מ' ו- $\frac{1}{7}$ מ'?
(הסבר: בריבוע ששטחו מ"ר ניתן לרצף 3x7 מלבנים כאלה, ומכאן ששטחו של מלבן אחד הוא $\frac{1}{21}$ מ"ר).
5. ממדי התמונה, כולל השוליים, הם 14 ס"מ X 10ס"מ. התמונה והמסגרת מלבניים. רוחב השוליים מסביב לתמונה הוא 2 ס"מ. חשבו את השטח של התמונה.



6. לפניכם צורה שמורכבת ממלבן וריבוע מחוברים. חשבו את השטח וההיקף של הצורה הבאה:

	 7. היקפו מלבן הוא 36 ס"מ. צלע אחת שלו ארוכה ב-3 ס"מ מהצלע האחרת. מה שטח המלבן? 8. צלע אחת של מלבן ארוכה פי 3 מהצלע השנייה. א. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את היקף המלבן ב. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את שטח המלבן 9. צלע אחת של מלבן ארוכה ב- 3 ס"מ מהצלע השנייה. א. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את היקף המלבן ב. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את שטח המלבן 10. הגדילו צלע של ריבוע ב- 5 ס"מ והקטינו את הצלע האחרת ב- 5 ס"מ. כתוצאה מכך התקבל מלבן ששטחו 200 סמ"ר. מה היה השטח של הריבוע? 11. נתון מלבן שאורך צלעותיו 20 ס"מ ו-40 ס"מ. הגדילו צלע אחת של המלבן ב- 10% והקטינו את הצלע האחרת ב- 10%. מבלי לפתור, שערו: האם שטח המלבן החדש גדול, קטן, או שווה לשטח המלבן המקורי? בדקו את השערתכם על ידי חישוב. 12. תנו דוגמה לשני מלבנים בעלי שטח שווה והיקף שונה. תנו דוגמה לשני מלבנים בעלי היקף שווה ושטח שונה. (בכיתות מתקדמות אפשר לתת את אותה השאלה בניסוח אלגברי.)
תיבה	**תיבה היא גוף המוגבל בשש פאות מלבניות. קובייה היא תיבה שכל פאותיה הן ריבועים.** דגשים: 1. התלמידים מכירים את התיבה מבית הספר היסודי. 2. יש להזכיר את המושגים **קודקוד**, **פאה**, **מקצוע ושטח פנים**.
שטח פנים של תיבה	**שטח הפנים של תיבה הוא סכום שטחי הפאות שלה.** דגשים: 1. יש ללמוד לחשב את שטח הפנים של תיבה שממדיה נתונים באמצעים מספריים ואלגבריים. 2. יש לדון בהשתנות שטח פני התיבה כתוצאה משינויים חיבוריים וכפליים באורכי המקצועות, למשל, במקרים שבהם אורכי כל המקצועות מוכפלים פי 2.
נפח של תיבה	**נפח של גוף הוא מידה למקום שהוא תופס במרחב.** דגשים: 1. יחידת מידה של נפח היא צורה תקנית שבאמצעותה ממלאים צורות תלת-ממדיות. יחידות המידה שבהן מקובל להשתמש הן קוביות. למשל, נפחה של קובייה שאורך צלעה 1 ס"מ נקרא סנטימטר מעוקב (סמ"ק). 2. נפח תיבה יתקבל תחילה משיקולי ריצוף בקוביות יחידה במקרים שבהם אורכי המקצועות כפולות שלמות של ס"מ. על סמך שיקולים אלה תילמד נוסחת נפח התיבה. 3. בשלב שני, נפח התיבה יתקבל משיקולי ריצוף במקרים שבהם אורכי המקצועות הם כפולות רציונאליות של ס"מ. יש לנמק את הרחבת נוסחת נפח התיבה גם למקרים אלה. 4. יש להרחיב את הטיפול גם למקרים שבהם קוביית היחידה היא מטר מעוקב (מ"ק). כמו כן, יש להכיר את יחידת הנפח ליטר (1000 סמ"ק). 5. יש לדון בהשתנות נפח התיבה כתוצאה משינוי באורך המקצועות, למשל, במקרים שבהם אורכי כל המקצועות מוכפלים פי 2.

6. יש ללמוד לעבור בין היחידות סמ"ק, ליטר ומ"ק, ולנמק את המעברים משיקולי ריצוף. 7. יש לתת דוגמאות שבהן נפח אינו מודד רק כמות נוזלים (למשל, מדידת קיבולת של מקרר). כמו כן, רצוי להתנסות בדוגמאות מחיי יומיום (למשל, צריכה ביתית של מים וגירעון של משק המים) לפתח יכולת אומדן, והבנת סדרי הגודל ויחסי הגומלין בין מידות (למשל, קרטון של ליטר חלב מכיל 1000 קוביות של 1X1X1 ס"מ).	

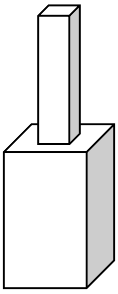
פריסה של תיבה

<u>דגשים</u>:

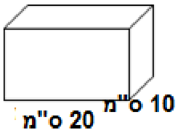
1. יש לדעת לשרטט פריסה של תיבה בעבור תיבה נתונה.
2. יש לדעת כיצד נראית תיבה שפריסתה נתונה, ובכלל זה לזהות פאות נגדיות, לזהות פאות סמוכות, לזהות מקצועות מתלכדים ולזהות קודקודים מתלכדים.

<u>דוגמאות</u>:

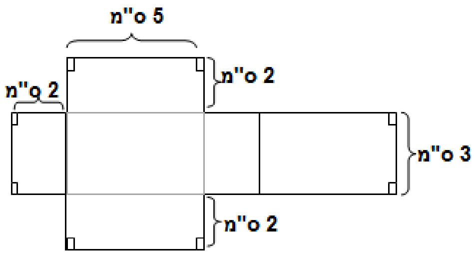
1. הגוף הבא מורכב משתי תיבות שבסיסן ריבוע המונחות זו על גבי זו. הגובה של כל אחת משתי התיבות הוא 10 ס"מ. אורך מקצוע הבסיס של התיבה התחתונה הוא 6 ס"מ. אורך מקצוע הבסיס של התיבה העליונה הוא שליש מאורכו של מקצוע הבסיס של התיבה התחתונה.
א. מצאו את הנפחים של שתי התיבות.
ב. פי כמה גדול נפח התיבה התחתונה מנפח התיבה העליונה?
ג. מצאו את נפח הגוף.
ד. מצאו את שטח הפנים של הגוף.



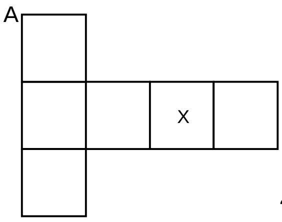
2. אריזת קרטון מכילה ליטר אחד של חלב (1000 סמ"ק).
רוצים למזוג חלב משלוש אריזות קרטון לתוך מיכל שצורתו תיבה, כך שכמות החלב תמלא את התיבה עד שפתה. חלק ממידות התיבה רשומות על גבי השרטוט. מה גובה התיבה?



3. אם נקפל את הצורה הבאה נקבל תיבה.
א. מה נפח התיבה? ב. מה שטח הפנים של התיבה?



4. בפריסה של הקובייה הבאה:
א. סמנו באות Y את הפאה הנגדית לפאה שמסומנת באות X.
ב. סמנו באות Z את הפאות הסמוכות לפאה שמסומנת באות X.



כמה פאות כאלה יש?

ג. סמנו את הנקודות שמתלכדות עם הקודקוד A לאחר קיפול הקובייה.

סבב 2

תחום אלגברי	תחום מספרי	תחום גאומטרי
פתרון משוואות ושאלות מילוליות (15 שעות)	**מספרים שליליים חיוביים ואפס** (20 שעות)	**שטחים** (12 שעות) **זוויות** (15 שעות)

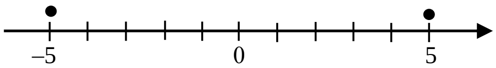
תחום אלגברי: 2. פתרון משוואות ושאלות מילוליות (15 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
משוואות ופתרונן	המטרה העיקרית היא להכיר לתלמידים את מושג **המשוואה** ואת המשמעות של **פתרון משוואה**. **נעלם הוא סימן שמייצג ערך (או קבוצת ערכים) לא ידוע שמופיע בהקשר של משוואה או שאלה מילולית.** **משוואה בנויה משני ביטויים אלגבריים שלפחות באחד מהם יש נעלם ובין הביטויים יש סימן שוויון.** **פתרון של המשוואה הוא המספר (או קבוצת המספרים) שהצבתו במקום הנעלם מביאה לשוויון מספרי בין שני אגפי המשוואה.** <u>דגשים:</u> 1. המשוואות בסבב זה תהיינה כאלה שבהן הנעלם מופיע רק באגף אחד. 2. משוואות הן הזדמנות לחזור על פעולות החשבון (תכונות וסדר). 3. יש לקבל משוואות מתוך שאלות מילוליות (ראו פרוט בעמוד הבא) תוך הלימה בין מורכבות המשוואות למורכבות השאלות המילוליות. 4. בשלב ראשון הפתרונות של המשוואות יהיו רק מספרים חיוביים ואפס. 5. יש לזהות פתרונות נתונים של משוואה. <u>דוגמאות:</u> 1. חשבתי על מספר, כפלתי אותו ב 2, חיסרתי 3, הוספתי שוב את המספר וקיבלתי 21. מהו המספר? א. סימון ה"מספר שחשבתי עליו" ב- x. ב. כתיבת הפעולות שהתבצעו על- x: $2x - 3 + x$ ג. רישום ה**משוואה**: $3x - 3 = 21$ ד. מציאת פתרון המשוואה. 2. איזה מהמספרים הבאים: 1, 2, 3, הוא פתרון של המשוואה: $x^2 = x + 2$? 3. איזה מהמספרים הבאים: 2, 4, 6 הוא פתרון של המשוואה: $\frac{2x+3}{5} = 3$? 4. נתונה המשוואה $x^3 + x = \boxed{}$ מה צריך לכתוב במשבצת כדי שפתרון המשוואה יהיה 1?	

פתרון משוואות ממעלה ראשונה בנעלם אחד	בפרק זה יפתרו משוואות שלאחר כינוס איברים דומים הן מהצורה: **$ax + b = c$** דגשים: 1. המשוואות ניתנות לפתרון משיקולים מספריים אך הכוונה היא לנצל נושא זה להכרות ראשונה עם שיטות אלגבריות לפתרון משוואות. יש לאפשר דרכי פתרון מגוונות (שיקולים מספריים וטכניקה אלגברית). 2. יש לשלב בפתרון משוואות פעולות בביטויים אלגבריים על סמך חוקי הפעולות, ולהסביר שביצוע פעולה על שני אגפי המשוואה שומר על האיזון ביניהם. 3. יש לבדוק אם מספר המוצע כפתרון הוא אכן פתרון על ידי הצבתו במשוואה. 4. יש לשלב בפתרון משוואות גם שברים. דוגמאות: פתרו את המשוואות הבאות: א. $3x - 5 = 11$ ב. $\frac{x+1}{3} = 7$ ג. $x + \frac{1}{3}x = 5$ ד. $x + 6 + 2x - 4 = 8$ ה. $2(x + 5) = 18$ ו. $3x - (x + 5) = 15$ הערות: 1. בפתרון משוואות מהצורה $ax = c$ יש להציג את האפשרות של חילוק במקדם של x, ובנוסף גם את האפשרות של כפל במספר ההופכי לו. 2. עם הצגת המספרים השליליים, יש להוסיף גם משוואות שפתרונן שלילי או שהדרך לקבלת הפתרון מחייבת פעולות עם מספרים שליליים. 3. עיסוק רחב יותר בפתרון משוואות יתקיים בסבב השלישי ובכיתה ח.
שאלות מילוליות שניתנות לפתרון באמצעות משוואות ממעלה ראשונה בנעלם אחד	בפרק זה יילמד פתרון שאלות מילוליות ולשם כך יש: - **לייצג את הנתון הלא-ידוע בנעלם**, ולייצג נתונים נוספים בביטויים אלגבריים. - **לקבל משוואה** שבאמצעותה ניתן לפתור את השאלה. דגשים: 1. יש לשלב את פתרון המשוואות עם שאלות מילוליות העוסקות במגוון תכנים ומבנים מתמטיים. 2. כשמתקבל פתרון של משוואה הנובעת משאלה מילולית יש לבדוק האם הפתרון מתאים לשאלה עצמה ולא להסתפק בהצבה במשוואה. 3. ניתן לקבל פתרון לשאלות גם באמצעות שיקולים מספריים אבל במקרה זה יש להראות לתלמידים גם דרך פתרון אלגברית.

<table>
<tr><td></td><td>דוגמאות:
1. בכיתה 26 תלמידים. מספר הבנות קטן ב-4 ממספר בנים. כמה בנות בכיתה? כמה בנים?
2. יש שתי משקלות. האחת כבדה פי 2 מהאחרת. משקלן הכולל $13\frac{1}{2}$ ק"ג. מה משקל המשקולת הקלה?
3. במשולש ישר-זווית, זווית חדה אחת קטנה ב- 20^0 מהזווית החדה האחרת. מצאו את גודל הזוויות. (שאלה זו מתאימה אם הרקע הגאומטרי הדרוש כבר נלמד).
4. 25% מתלמידי כיתה ז' משתתפים בחוג מחשבים, $\frac{1}{3}$ מהתלמידים משתתפים בחוג אמנות ו-15 התלמידים הנותרים משתתפים בחוגי ספורט. כמה תלמידים בכיתה?</td></tr>
<tr><td colspan="2">תחום מספרי: 2. מספרים שליליים, חיוביים ואפס (20 שעות)</td></tr>
<tr><td>נושאי הלימוד</td><td>דגשים ודוגמאות</td></tr>
<tr><td>הצגת מספרים שליליים על ציר המספרים, סדר על ציר המספרים, מספרים נגדיים.</td><td>היכרות עם מספרים שליליים: שלמים, שברים פשוטים ומספרים עשרוניים.

מספרים שליליים הם קבוצת מספרים המרחיבה את עולם המספרים המוכר מבית הספר היסודי (המספרים החיוביים ואפס). לכל מספר חיובי מתאים מספר שלילי יחיד כך שסכומם של השניים אפס. שני מספרים אלה נקראים נגדיים זה לזה.

מספר נגדי מסומן ב (–). המספר הנגדי ל-5 מסומן ב: (–5) והמספר הנגדי ל- (–5) מסומן ב: –(–5) והוא שווה ל-5.

המספרים השליליים ממוקמים משמאל לאפס על ציר המספרים כך שכל שני מספרים נגדיים נמצאים באותו מרחק מהאפס.


מיקום המספרים על הציר משקף את יחס הסדר ביניהם. כל מספר שלילי קטן מכל מספר חיובי. כמו כן, –5 > –8.

דגשים:
1. המושג "ישר המספרים" שהיה נהוג בבית הספר היסודי יוחלף במושג "ציר המספרים" בגלל המעבר שייעשה מאוחר יותר למערכת צירים.
2. מקובל לכנות את המספרים הטבעיים (חיוביים שלמים), האפס והשליליים השלמים בשם אחיד: מספרים שלמים. כמו כן, מקובל לכנות את המספרים החיוביים, והשליליים בשם אחיד: מספרים מכוונים. מספר מכוון הוא מספר שלו גודל וכיוון.
3. יש לצאת מדוגמאות מוכרות: מעלית, טמפרטורה מעל ל-0 ומתחת ל-0 וגובה מעל ומתחת לפני הים.
4. מטעמים דידקטיים כדאי להקיף את המספרים השליליים בסוגריים. בשלבים מאוחרים יותר של הלימוד משמיטים את הסוגריים.
5. 0 נגדי לעצמו והוא היחיד בעל תכונה זו.
6. הסימן – (מינוס) מייצג שתי פעולות שונות: 1. פעולת החיסור בין שני איברים 2. פעולת הנגדי.</td></tr>
</table>

ארבע פעולות חשבון במספרים מכוונים

הרחבת עולם המספרים שומרת על תכונות ארבע פעולות החשבון.

<u>דגשים:</u>

1. לימוד פעולות ה**חיבור** וה**חיסור** במספרים מכוונים יוכל להיעזר במודלים כגון תנועות על ציר המספרים או רווח והפסד.
2. לימוד פעולת ה**כפל** יכול להיעזר במודלים של תנועה על ציר המספרים בכפל של מספר חיובי במספר שלילי, שימוש ב**חוק החילוף** בכפל של מספר שלילי במספר חיובי ושימוש ב**חוק הפילוג** בכפל של מספר שלילי במספר שלילי.
3. כללי ה**חילוק** נגזרים מהכללים המקבילים בכפל.
4. יש ליישם את המוסכמות בדבר סדר פעולות החשבון בעבור מספרים מכוונים בתרגילים שבהם יותר מפעולה אחת.

<u>דוגמאות:</u>

1. פתרו את התרגילים וסמנו את התוצאות על ציר המספרים:
$5-(-2)=$ $5-2=$ $5+(-2)=$ $5+2=$
$3\cdot(-4)=$ $(-6):(-3)=$ $(-\frac{1}{2})\cdot\frac{1}{4}=$
2. פתרו: $2(-3+5)-4(4-9)=$
3. מצאו את הממוצע של המספרים -12.7 , 5.5 , -4 , -3.1 , 2.4.
4. נתונה רשימת המספרים: $\frac{1}{20}$, -20 , $-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$, -5
א. לכל מספר ברשימה, חברו שני תרגילי חיבור שונים שהמספר הנתון הוא תוצאתם. הקפידו שאחד המחוברים יהיה שלילי.
ב. לכל מספר ברשימה, חברו שני תרגילי כפל (חילוק) שונים שהמספר הנתון הוא תוצאתם.
ג. לאילו מספרים מהרשימה ניתן להתאים תרגיל חיבור שבו שני המחוברים הם מספרים שליליים? הסבירו.
ד. לאילו מספרים מהרשימה ניתן להתאים תרגיל כפל שבו שני הגורמים הם מספרים שליליים? הסבירו.
5. ניתן לדון בסדרות כדוגמת: $-3, -1, 1, 3, 5$
ניתן גם לדון בסדרות מהצורה a^n, כש- a שלילי.
6. מצאו את האיברים הראשונים של הסדרות שאיבריהן הכלליים הם:
$3n+(-1)^n$ ו- $\frac{1}{2}n+(-1)^n$.

שילוב התחום האלגברי בלימוד מספרים מכוונים

<u>דגשים:</u>

1. יש לפתור משוואות שפתרונן מספר שלילי או שבמהלך פתרונן יש צורך בפעולות במספרים מכוונים.
2. יש לעסוק במושג "הנגדי": $-a$ הוא הנגדי ל a בין אם a חיובי ובין אם הוא שלילי, וכמו כן a נגדי ל $-a$. $-a$ יכול לציין מספר חיובי.

<u>דוגמאות:</u>

1. פתרו את המשוואה: $-2x=-8$
2. נמקו את הכלל $-(-a)=a$
3. נמקו את הכללים: $-(a+b)=(-a)+(-b)$, $-(a-b)=-a+b$
$a-b=-1(b-a)$

<table>
<tr>
<td>

חזקות עם מעריך טבעי ובסיס החזקה שהוא מספר מכוון

</td>
<td>

<u>דגשים</u>:

1. לפי המוסכמות של סדר פעולות החשבון, פעולת החזקה קודמת לפעולות אחרות.
2. יש להבחין בין הביטויים $(-3)^2$ לבין -3^2:
$(-3)^2 = (-3)\cdot(-3) = 9$, $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$,

<u>דוגמה</u>:

חשבו את הביטויים הבאים:

א. $10 - 3^2$

ב. $3 - (-3)^3$

ג. $9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

ד. $133 + 125 : (-5) - (16 - 2^3)$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

מערכת צירים
סימון נקודות וקריאת נקודות

</td>
<td>

מערכת צירים היא שני צירי מספרים שמאונכים זה לזה.

<u>דגשים</u>:

1. מערכת צירים משמשת גם לסימון נקודות לצורך **התמצאות במישור**, למשל בקריאת מפה.
2. מערכת צירים משמשת לסימון זוגות של ערכים כדי **לייצג פונקציות** באמצעות גרף (ראו בהמשך התוכנית).
3. יש לתרגל הן **סימון** של נקודות ששיעורן נתון והן **מציאת שיעורים** של נקודות נתונות.
4. מערכת צירים משמשת גם לסימון נקודות כדי **לייצג עצמים גאומטריים** באמצעים מספריים. יש לקשר בין מערכת צירים לבין עצמים גאומטריים שנלמדו עד כה.
5. את הציר האופקי נכנה **ציר x** ואת הציר האנכי נכנה **ציר y**, ללא תלות בגדלים ששני צירים אלה מייצגים.
6. כשמשתמשים במערכת צירים לצורך ייצוג עצמים גאומטריים חשוב ששני הצירים יהיו לפי **אותו קנה מידה**.

<u>דוגמאות</u>:

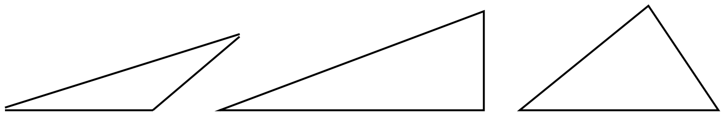
1. שרטטו על מערכת צירים מלבן שצלעו האחת באורך 3 יחידות, הצלע הסמוכה לה באורך 5 יחידות, ואחד מקודקודיו נמצא בנקודה (4 ,2–). מצאו את השיעורים של שאר קודקודי המלבן. כמה מלבנים שונים שעונים על הדרישות הללו ניתן לשרטט?
2. שרטטו על מערכת הצירים משולש שקודקודיו הם: A(–3, 1), B(–7,–2), C(2,–2). הורידו מהנקודה A גובה לצלע BC וסמנו את נקודת החיתוך ב-D. מהם שיעורי הנקודה D, מהו האורך של הגובה AD ומהו שטח המשולש ABC?

</td>
</tr>
</table>

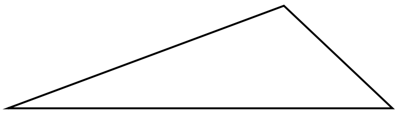
תחום גאומטרי: 2. שטחים (12 שעות) זוויות (15 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**
שטחים של מצולעים **משולשים**	מטרת הפרק היא ללמוד לחשב ולהשוות את שטחם של מצולעים שונים באמצעים הבאים: א. **חישובים אריתמטיים** על סמך מידות נתונות. ב. **חישובים אלגבריים** (כשהנתונים הם משתנים). ג. עקרונות של **השוואה בין שטחים**. נקודות המוצא הן: א. המשמעות של מדידת שטח (מציאת מספר ריבועי יחידה המוכלים בצורה) ב. חישוב שטח המלבן כפי שנלמד בסבב 1 כשהמצולע אינו מלבן אי אפשר לרצף אותו בריבועים ולכן אנחנו נדרשים לשיטות אחרות לחישוב שטחים. דגשים: 1. יש להראות באמצעים מוחשיים שניתן להרכיב מלבן משני משולשים ישרי זווית חופפים, ושניצבי המשולשים יוצרים את צלעות המלבן. תלמידים מכירים את המשולש ישר הזווית מבית הספר היסודי, אך יש להזכיר את המונחים **ניצבים ויתר**. 2. נובע מכאן ששטחו של משולש ישר-זווית שווה למחצית של השטח של המלבן ששני משולשים כאלה יוצרים. אם אורכי הניצבים הם a ו-b, אז שטח המלבן שווה ל-ab, ומכאן ששטח המשולש הוא: $\frac{1}{2}ab$ או $\frac{ab}{2}$ 3. יש לתרגל את חישוב שטחו של משולש ישר-זווית הן באופן מספרי והן באופן אלגברי, כולל המרה של יחידות מידה. 4. שטחו של משולש כללי מתקבל על ידי חלוקתו לשני משולשים ישרי זווית. לשם כך מורידים ניצב מאחד הקודקודים אל הצלע הנגדית. ניצב זה מכונה **גובה**, מושג המוכר לתלמידים מבית הספר היסודי. שטח המשולש מתקבל מחיבור השטחים של שני המשולשים ישרי הזווית. 5. אורכו של גובה לצלע שווה למרחק שבין הקודקוד הנגדי שמול הצלע לבין הישר המכיל את הצלע. מושג זה מתקשר למרחק שבין נקודה לישר, שנלמד בסבב 1. 6. במשולש קהה-זווית הגובה יכול להיות חיצוני למשולש. במקרה זה שטח המשולש מתקבל **כהפרש** שטחם של שני משולשים ישרי זווית. 7. חישוב שטחו של משולש כללי ייעשה באמצעות שרטוט גובה, מדידת אורכו ואורך הצלע הניצבת לו וחישוב מחצית המכפלה בין שני האורכים. 8. יש לציין את העובדה שכל אחת משלוש צלעות המשולש יכולה לשמש כתשתית לחישוב שטח המשולש.

<u>דוגמאות:</u>

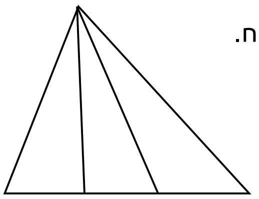
1. נתונים שלושה משולשים. בכל משולש שרטטו את שלושת הגבהים.



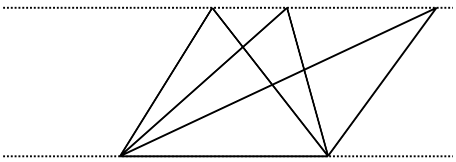
2. נתון המשולש הבא. חשבו את שטחו באמצעות סרגל ומשולש שרטוט ישר-זווית.



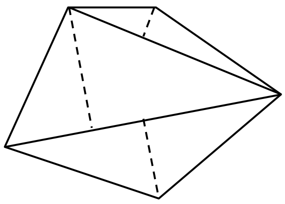
3. נתון משולש שבו חילקו את הצלע התחתונה לשלושה קטעים שווים, כך שנוצרים שלושה משולשים.
הסבירו מדוע שלושת המשולשים שווי שטח.



4. נתון משולש ישר-זווית שאורכי הניצבים שלו 2 מטר ו-x מטר.
מהו שטחו ביחידות של מ"ר?
מהו שטחו ביחידות של סמ"ר?
5. באיור הבא משורטטים שני ישרים מקבילים וביניהם שלושה משולשים.
לאיזה מהם השטח הגדול ביותר?



6. א. המחומש שבאיור חולק לשלושה משולשים ובכל משולש נבחרה צלע ושורטט הגובה אל צלע זאת. מדדו את הצלעות המתאימות ואת הגבהים, חשבו את שטחי המשולשים ומצאו את שטחו הכללי של המחומש.



ב. חלקו את המחומש למשולשים בדרך אחרת, שרטטו גבהים, מדדו וחשבו שנית את השטח

<u>הערה:</u>
ניתן לחשב גם את היקפו של משולש אם נתונים אורכי שלוש הצלעות שלו.
בכיתה ח התלמידים ילמדו גם לחשב היקף של משולש ישר-זווית תוך שימוש במשפט פיתגורס.

<u>דגשים:</u>

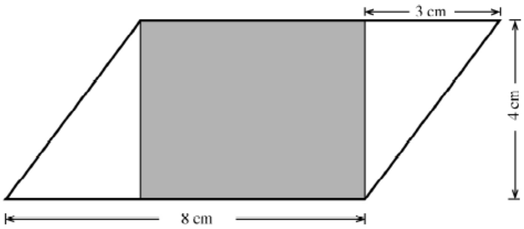
מקביליות

1. התלמידים מכירים את המקבילית מבית הספר היסודי: מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו. כל מלבן הוא מקבילית.
2. המרחק שבין שתי צלעות נגדיות נקרא **גובה**. למקבילית שני גבהים שכל אחד מהם הוא המרחק שבין זוג צלעות נגדיות.
3. יש ללמוד באמצעים מוחשיים של פרוק והרכבה כיצד למצוא את שטח המקבילית באמצעות שטחו של מלבן מתאים. משיקולים אלה מתקבל שטח המקבילית כמכפלת אורך צלע בגובה המתאים.
4. יש לעסוק בשטחה של מקבילית באמצעים מספריים ואלגבריים.

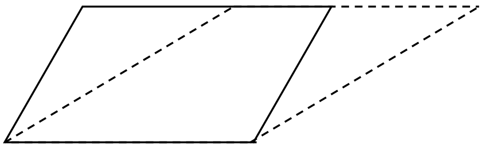
<u>דוגמאות:</u>

1. שרטטו את שני הגבהים של המקבילית הבאה:

2. האיור הבא מציג מלבן (צבוע אפור) שמוכל במקבילית. בהסתמך על המידות הנתונות, מהו שטחו של המלבן?



3. באיור הבא מוצגות שתי מקביליות. הסבירו מדוע שטחן שווה.

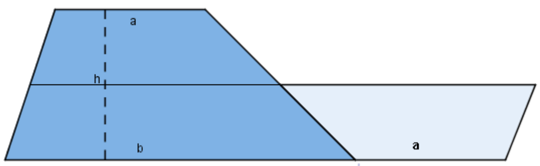


4. חשבו את שטחה של המקבילית הבאה:

טרפזים

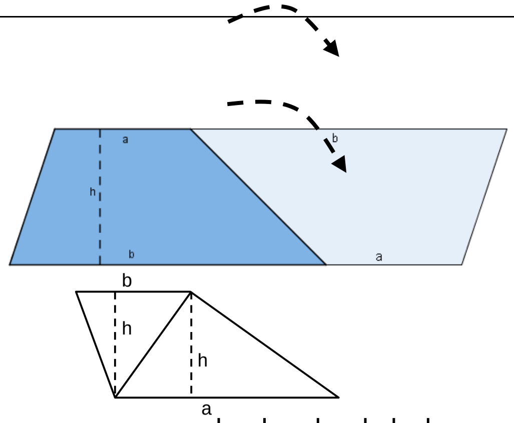
<u>דגשים:</u>

1. התלמידים מכירים את הטרפז מבית הספר היסודי: מרובע שבו זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו. הצלעות המקבילות מכונות **בסיסי הטרפז**. **גובה של טרפז** הוא המרחק בין בסיסיו.
2. יש לקבל באמצעים מוחשיים של פרוק והרכבה אופנים שונים למציאת שטח טרפז: מחצית המכפלה של סכום אורכי הבסיסים באורכו של הגובה.

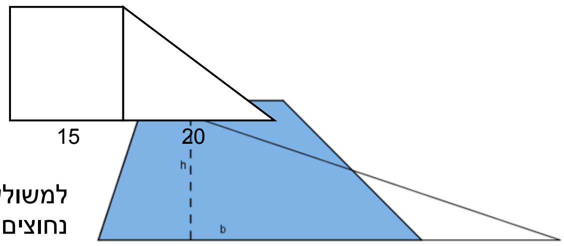


<u>דוגמאות:</u>

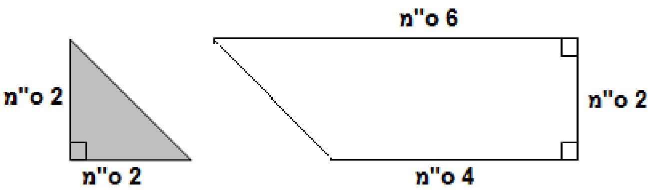
1. חישוב שטח הטרפז בארבע צורות:



2. הטרפז שבשרטוט מחולק למלבן ולמשולש. למי משניהם שטח גדול יותר?



3. כמה משולשים החופפים למשולש האפור נחוצים כדי לרצף את הטרפז הנתון? מהו שטח המשולש ומהו שטח הטרפז?



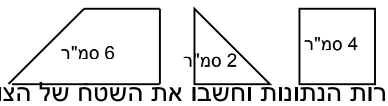
מצולעים כלליים

<u>דגשים:</u>

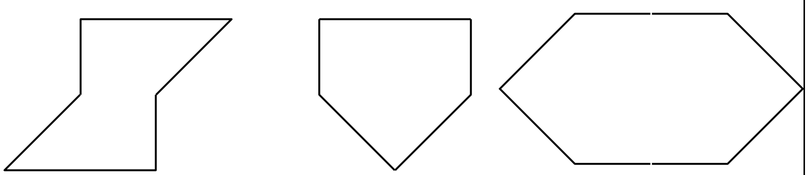
1. יש ללמוד לחשב את שטחו של מצולע על ידי חלוקתו למצולעים שאת שטחם אנחנו יודעים לחשב.
2. כל מצולע ניתן לחלוקה למשולשים.
3. לעתים הדרך הנוחה לחישוב שטח מצולע היא באמצעות חיסור חלקים מצורה שמכילה את המצולע.

<u>דוגמאות:</u>

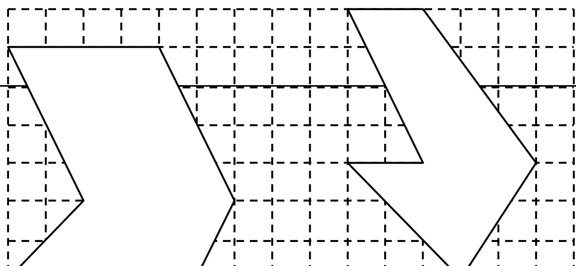
1. נתונות הצורות הבאות ושטחן.



היעזרו בצורות הנתונות וחשבו את השטח של הצורות הבאות:



2. חשבו את השטח של הצורות הבאות. יחידת המידה היא משבצת:



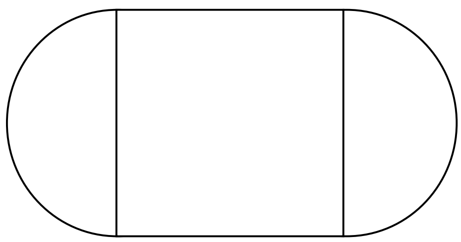
היקף מעגל ושטח עיגול

<u>דגשים</u>:

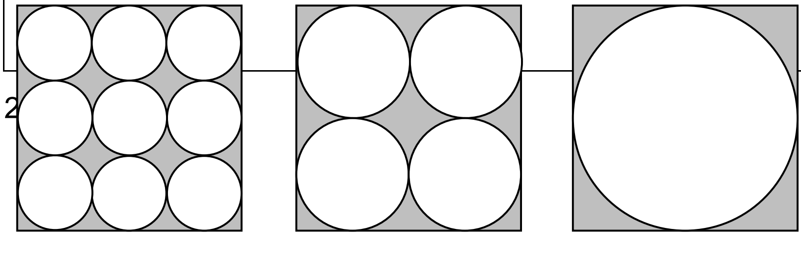
1. התלמידים מכירים את המעגל והעיגול מבית הספר היסודי. יש להזכיר את המושגים **מרכז המעגל**, **רדיוס** ו**קוטר**.
2. יש למדוד את היקפם של כמה מעגלים ולקבל באופן ניסיוני את העובדה שקיים יחס קבוע בין היקף מעגל לבין קוטרו. הערה: ככל שקוטר המעגל גדול יותר כך שגיאת המדידה קטנה יותר באופן יחסי.
3. יש ללמוד שהיחס בין היקפו של מעגל לבין קוטרו הוא מספר שגדול במעט מ-3. חשוב להדגיש שמספר זה הוא רק קירוב, ושמקובל לסמנו באות היוונית ח.
4. יש ללמוד את הביטויים האלגבריים להיקף מעגל באמצעות הרדיוס והקוטר.
5. בהינתן הביטוי להיקף המעגל, יש להדגים לתלמידים באמצעים מוחשיים ששטחו של עיגול שווה למכפלה של ח בריבועו של הרדיוס.
6. יש לעסוק בהיקף מעגל ושטח עיגול באמצעים מספריים ואלגבריים.

<u>דוגמאות</u>:

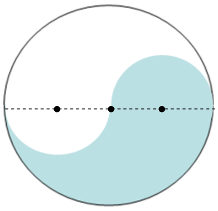
1. השרטוט מתאר איצטדיון שמורכב מריבוע ששטחו 144 מ"ר ושני חצאי עיגולים. מהו שטחו והיקפו של האיצטדיון?



2. באיצטדיון שצורתו כמו באיור לעיל אך מידותיו שונות, אורכו של המסלול הפנימי 400 מטר.
מהו אורכו של המסלול הצמוד לו אם רוחבו של כל מסלול 1 מטר?
3. נתונים שלושה ריבועים חופפים, שבתוך כל אחד מהריבועים שורטטו עיגולים חופפים המשיקים זה לזה. באיזה מהאיורים השטח הצבוע אפור הוא הגדול ביותר ומדוע?



4. באיור הבא שטח העיגול הוא A. מה השטח של הצורה הצבועה בתוך העיגול?



זווית

שתי קרניים היוצאות מנקודה אחת יוצרות זווית. הנקודה נקראת קודקוד הזווית והקרניים נקראות שוקי הזווית.

דגשים:

1. יש לעסוק בסימון זוויות: באמצעות אות לטינית גדולה אחת המסמלת את קודקוד הזווית (∢B), באמצעות 3 אותיות לטיניות גדולות (∢ABC), באמצעות אות לטינית גדולה עם מספר קטן לצידה ($∢B_2$), או באמצעות אות יוונית (β). מומלץ להציג את דרכי הסימון של הזוויות בהדרגתיות.
2. שתי הקרניים קובעות שתי זוויות. נהוג לסמן את הזווית שאליה מתכוונים. בדרך כלל דנים בזווית הקטנה מבין השתיים. אחרת, יש לציין זאת במפורש.

זוויות שוות והשוואת זוויות

שתי זוויות שוות זו לזו אם ניתן להניח זווית אחת על גבי השנייה באופן שהקודקוד האחד מונח על גבי הקודקוד האחר, וכל אחת משתי הקרניים של הזווית האחת מונחת על גבי כל אחת משתי הקרניים של הזווית האחרת.

אם מניחים זווית אחת על גבי האחרת כך שקרן של זווית א מונחת על גבי קרן של זווית ב, והקרן הנוספת של זווית א נמצאת בין הקרניים של זווית ב, אז זווית א קטנה מזווית ב.

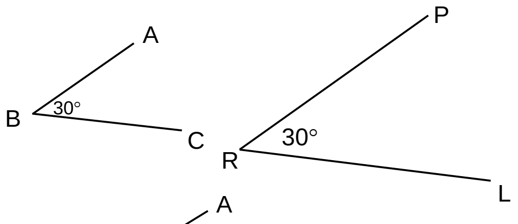
הערה:
יש להדגיש שאורך הקרניים, כפי שבא לידי ביטוי בשרטוט, איננו רלבנטי לגודל הזווית.

דגשים:

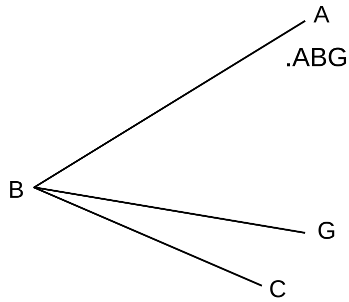
1. יש להזכיר את המושגים זווית חדה, זווית שטוחה וזווית קהה.
זווית חדה היא זווית הקטנה מזווית ישרה.
זווית שטוחה היא זווית שבה שתי הקרניים מונחות על אותו ישר במגמה הפוכה.
זווית קהה היא זווית הגדולה מזווית ישרה וקטנה מזווית שטוחה
2. ההיכרות עם זוויות שוות והשוואת זוויות תעשה באמצעות שרטוט, גזירה, העתקה וקיפול של זוויות, וכן הנחת זווית על גבי זווית לצורך השוואה בין הגודל שלהן ובניית זווית בגודל נתון (למשל בשרטוט משולש).

דוגמאות:

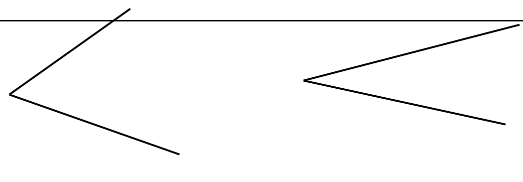
1. אלון טוען ש-∢ABC קטנה מ- ∢PRL הסבירו מדוע אלון טועה.

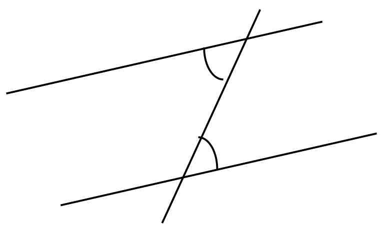
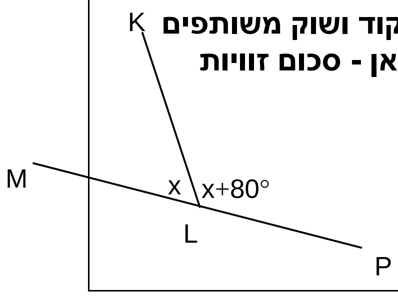


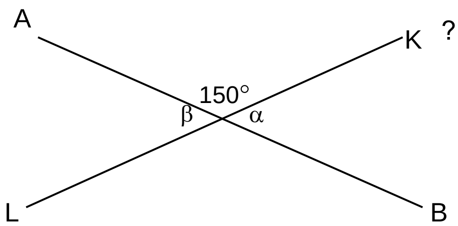
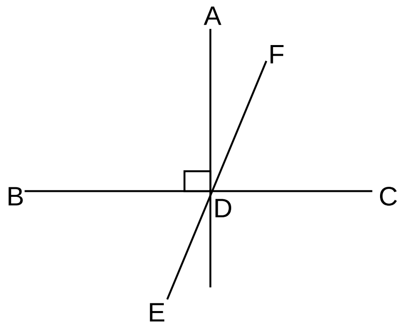
2. הסבירו מדוע זווית ABC גדולה מזווית ABG.

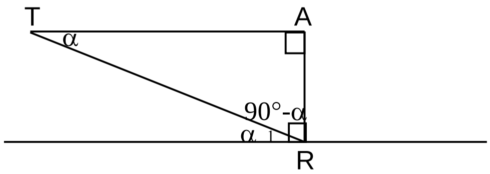
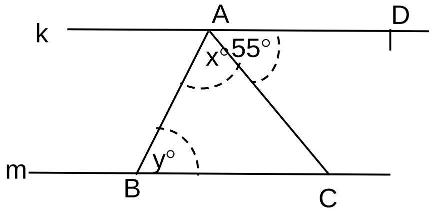


3. קבעו מי הזווית הגדולה מבין שתי הזוויות המשורטטות:

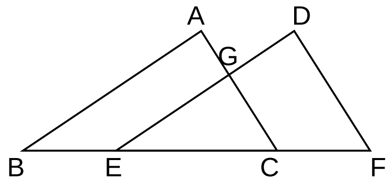


סכום והפרש של זוויות	<u>דגשים</u>: 1. מציאת סכום (או הפרש) של זוויות מתבצע באמצעות שרטוט שתי זוויות בעלות קודקוד ושוק משותפים, לשם קבלת זווית שהיא תוצאת הפעולה. 2. זווית שטוחה היא סכום של שתי זוויות ישרות.
מדידת זוויות	**יחידת המדידה המקובלת של זווית היא מעלה. ניתן להציג את המעלה כ- $\frac{1}{90}$ מזווית ישרה או כ- $\frac{1}{180}$ מזווית שטוחה.** <u>דגשים</u>: 1. יש לשלב מדידת זוויות באמצעות **מד-זווית**. 2. יש למצוא סכום זוויות והפרש זוויות באמצעות מד-זווית. 3. ניתן למדוד במד-זווית שתי זוויות מתחלפות בין מקבילים. 4. יש לשלב מדידת זוויות עם חישובי זוויות באמצעים חשבוניים ואלגבריים. <u>דוגמאות</u>: 1. מהי הזווית שעובר מחוג השעות במשך שעה? במשך שעתיים? במשך 4 שעות? 2. מהי הזווית שבין שני מחוגי השעון בשעה חמש? 3. סכום שתי זוויות הוא זווית ישרה. אחת הזוויות גדולה ב-$30°$ מהזווית האחרת. מצאו את גודלן של שתי הזוויות. 4. מדדו במד-זווית את כל הזוויות במשולשים או במרובעים ומצאו את סכומיהן. 5. נתונים שני ישרים מקבילים וישר שלישי החותך אותם. מדדו במד-זווית את הזוויות שמסומנות בשרטוט: 
זוויות צמודות	**זוויות צמודות הן שתי זוויות בעלות קודקוד ושוק משותפים שמשלימות זו את זו לזווית שטוחה, ומכאן - סכום זוויות צמודות הוא $180°$**  <u>דוגמה</u>: MP הוא קו ישר. מה גודל הזווית KLP בשרטוט? הציגו את דרך החישוב.

זוויות קודקודיות	**שני ישרים שנחתכים יוצרים 4 זוויות, שכל אחת מהן קטנה מזווית שטוחה. מבין זוויות אלה, זוג זוויות שלהן רק קודקוד משותף נקראות זוויות קודקודיות.** **זוויות קודקודיות שוות זו לזו.** <u>דגשים</u>: 1. ניתן לבדוק את שוויון הזוויות הקודקודיות באמצעות מד-זווית 2. ניתן לראות את שוויון הזוויות הקודקודיות תוך שימוש בזווית הצמודה המשותפת במספר מקרים, ולהכליל. <u>דוגמאות</u>: 1. AB ו- KL הם שני קטעים שנחתכים. מה הערך במעלות של $\alpha + \beta$?  2. הקטעים EF ו-BC שבשרטוט נחתכים בנקודה D. נתון: $AD \perp BC$. $\measuredangle ADF = 27°$ מה הגודל של $\measuredangle BDE$ 
חוצה זווית	**חוצה זווית הוא קרן העוברת בקודקוד הזווית ומחלקת אותה לשתי זוויות השוות זו לזו.** <u>דגשים</u>: 1. חציית זווית תודגם באמצעות קיפול נייר. 2. חוצי הזוויות של זוויות צמודות, מאונכים זה לזה. הטענה תנומק על ידי קיפול נייר, בחשבון ובאלגברה. 3. ישר החוצה אחת משתי זוויות קודקודיות חוצה גם את האחרת. הטענה תנומק על ידי קיפול נייר ושימוש בביטויים אלגבריים. 4. חוצה זווית שטוחה מאונך לקרני הזווית (זווית ישרה היא מחצית של זווית שטוחה). 5. ניתן להציג בפני לתלמידים תרגילים חישוביים, חשבוניים ואלגבריים, המבוססים על מושג חוצה הזווית.

זוויות מתחלפות וזוויות מתאימות	**נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך את שניהם. נוצרות 8 זוויות. יש ללמוד לזהות מביניהן זוגות של זוויות מתאימות ומתחלפות.** דגשים: 1. ניתן להתמקד בזוויות מתחלפות פנימיות בלבד. 2. יש להציג דוגמאות של זוויות מתחלפות וזוויות מתאימות בין ישרים מקבילים וישרים שאינם מקבילים ולמדוד זוויות במד-זווית.
זוויות מתחלפות בין מקבילים	**זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו.** דגש: יש להמחיש את שוויון הזוויות באמצעות מדידות וקיפולי נייר. **מסקנה: סכום זוויות חדות במשולש ישר-זווית הוא 90°.** המסקנה תנומק בדרך הבאה: נתון משולש ישר-זווית ATR. דרך הנקודה R נעביר ישר המקביל ל-AT. AR הוא אנך משותף לשני המקבילים. $\measuredangle T = \measuredangle R_1 = \alpha$ כי הן זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים ומכאן שזווית ART משלימה את זווית R_1 ל- 90°. 
זוויות מתאימות בין מקבילים	**זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו.** את שוויון הזוויות המתאימות בין ישרים מקבילים וישר חותך ניתן להראות או לנמק באמצעות שוויון הזוויות המתחלפות ושוויון זוויות קודקודיות. דוגמאות: 1. בשרטוט הישרים k ו- m מקבילים זה לזה. $\measuredangle DAC = 55^\circ$. מה הערך של $x + y$? 

2. בשרטוט הבא הנקודות E,B, C, F ממוקמות על ישר אחד.
כמו כן: AB || DE , AC || DF, ∢B = 40°, ∢F = 60°
מהו גודלה של זווית EGC?



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית - אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

סבב 3

תחום אלגברי	**תחום גאומטרי**
פונקציות (18 שעות) **משוואות ושאלות מילוליות** (20 שעות)	**משולש ומנסרה משולשת** (10 שעות)

<table>
<tr><th colspan="2">תחום אלגברי: 3. מבוא לפונקציות, פתרון משוואות, שאלות מילוליות</th></tr>
<tr><th>נושאי הלימוד</th><th>דגשים ודוגמאות</th></tr>
<tr><td colspan="2">המטרה העיקרית של סבב זה היא הצגת מושג הפונקציה כמייצגת קשר בין שני גדלים שהאחד תלוי בשני. הלימוד יתמקד בארבעה ייצוגים שונים של פונקציות: תיאור מילולי, גרף, טבלת ערכים וביטוי אלגברי. רב התשתית ללימוד זה כבר קיימת. ההיכרות הראשונית עם מושג הפונקציה צריכה להיות "רכה", עם דגש על המרה בין הייצוגים השונים וניתוחים איכותיים.</td></tr>
<tr><td>גרפים שימושיים – קריאה ושרטוט</td><td>
<u>דגשים</u>:

1. יש להדגים תופעות המיוצגות באמצעות גרף במערכת צירים, כך שתלמידים ידעו לקרוא אותו וליצור מתוכו טבלת ערכים חלקית.

2. יש להציג את הגרף כתוספת לייצוגים אחרים שכבר נלמדו במהלך השנה: תיאורים מילוליים, טבלאות ערכים וביטויים אלגבריים. התוספת תודגם באמצעות דוגמאות ותופעות שכבר נלמדו בעבר.

3. עד כה התלמידים למדו להכליל טבלת ערכים לביטוי אלגברי ולייצג טבלת ערכים במערכת צירים. בשלב זה ילמדו התלמידים לעבור מביטוי אלגברי לייצוג גרפי באמצעות טבלת ערכים כשלב מתווך.

4. התלמידים ירכשו את המיומנויות הבאות בקריאת גרף:
א. מציאת הערך של y שמתאים לערך נתון של x.
ב. מציאת ערך או ערכים של x שמתאימים לערך נתון של y.
ג. מציאת הערך הגבוה (נמוך) ביותר של y, ומציאת הערך או הערכים של x שבעבורם מתקבל ערך זה של y.
ד. מציאת טווח הערכים של y המתקבלים עבור תחום נתון של x.

5. תחום בגרף הוא חלק מציר x. בשלב זה נתמקד בתחומים שצורתם קטע, קרן, קבוצה סופית של נקודות או איחוד של אלה. המושג תחום יוזכר לצורך שימוש בו בהמשך במגוון של נושאים, כמו תחומי עלייה ותחומי ירידה של פונקציות.

6. במרבית הגרפים השימושיים שבהם ציר ה-x הוא משתנה רציף, משתנה זה מייצג זמן. יש לראות גם דוגמאות שבהן ציר ה-x מייצג גדלים אחרים.

<u>דוגמאות</u>:

1. א. מחיר ליטר דלק הוא 7 שקלים. צרו טבלה המתארת התאמה בין כמויות שונות של דלק (בליטרים) לבין עלותם (בשקלים). שרטטו את הנקודות המתאימות לערכים שבטבלה על מערכת צירים.
ב. בין השעות 21:00 ל-06:00 קיימת עמלה קבועה בת 2 שקלים בעבור כל מילוי של דלק. כתבו ביטוי אלגברי המתאר את העלות של d ליטרים של דלק בשעות אלה. שרטטו גרף המתאר את העלות של כמויות שונות של דלק בשעות אלה. שימו לב שהגרף מתאים עלות יחידה לכל כמות של דלק.
</td></tr>
</table>

	2. נסמן ב-m את אורך הצלע במשולש שווה-צלעות. צרו טבלה המתארת את היקף המשולש עבור ערכים שונים של m ושרטטו את הנקודות המתאימות לערכים שבטבלה על מערכת צירים. 3. לפניכם קישור לגרף המתאר את מפלס הכנרת משנת 1990 ועד שנת 2001. http://gvirtzman.es.huji.ac.il/800x600/courses/pic12-2.htm ענו על שאלות הבאות בהסתמך על הגרף: א. מה היה מפלס הכנרת בחודשים פברואר, יוני ואוקטובר בשנת 1995? ב. באילו חודשים היה מפלס הכנרת 211– מטר? ג. מה היה המפלס הגבוה ביותר ומה היה המפלס הנמוך ביותר בשנת 1998? ד. מה היו כל המפלסים של הכנרת בין השנים 1993 ו-1997? ה. באילו שנים היה מפלס הכנרת נמוך מ- 210– לאורך כל השנה? 4. מחיר דלק הוא 7 שקלים לליטר. נתון גרף המתאר את העלות של כמויות שונות של דלק. א. עבור אילו כמויות של דלק העלות גבוהה מ- 150 שקלים? סמנו על ציר x (במרקר) את תחום זה. ב. עבור אילו כמויות של דלק העלות נמוכה מ- 150 שקלים? סמנו על ציר x (במרקר שונה) את תחום זה. ג. ניתן לתדלק מכוניות פרטיות בכמות דלק שאינה עולה על 50 ליטר. ניתן לתדלק מכוניות מסחריות בכמות דלק שאינה עולה על 70 ליטר. סמנו על ציר x (במרקר אחר) את התחום המתאר את כמויות הדלק שמתאימות למכוניות מסחריות ואינן מתאימות למכוניות פרטיות. 5. נתון גרף המתאר שטחים של ריבועים המורכבים מגפרורים שלמים. על ציר ה-x מסומנים מספר הגפרורים בצלע אחת של הריבוע. ציר ה-y הוא שטח הריבוע. א. סמנו על ציר x את התחום של מספר גפרורים בצלע שעבורו שטח הריבוע גדול מ-10 וקטן מ-30. ב. סמנו על ציר x את התחום של מספר גפרורים בצלע שעבורו שטח הריבוע הוא 9.
מבוא לפונקציות	מושג ה**פונקציה** הוא מושג מרכזי בלימודי האלגברה בחטיבת הביניים, ובהמשך גם בחטיבה העליונה. הוא מובא לפני תלמידי כיתות ז לאחר שנוצרה תשתית מתאימה. התלמידים למדו כבר מהו **משתנה** ומהו **ביטוי אלגברי**. הם עבדו עם מגוון של **ייצוגים** (של פונקציה מבלי לקרוא לה בשמה): **תיאור מילולי** של תופעה או חוקיות, **טבלת ערכים** המתארת תופעה באופן חלקי, **ביטוי אלגברי** המכליל את טבלת הערכים **וגרף** המציג תופעה באופן חזותי . כמו כן, הם למדו להמיר ייצוג אחד באחר. ההיכרות הראשונית עם מושג הפונקציה היא "רכה": עיקר העיסוק הוא **שיום** מושאי הפעילויות שנעשו עד כה והיכרות עם סימון הפונקציה בכתיב אלגברי. בשלב השני (אף הוא בכיתה ז) נלמד נושא **ההשתנות של פונקציה**. גם נושא זה, מוגש לתלמידי כיתה ז באופן "רך" במטרה להפנים את מושג הפונקציה ואת תכונות היסוד שלה כהכנה להמשך הלימוד בשנים הבאות.

תחום גאומטרי: 3. משולש ומנסרה משולשת (10 שעות)	
נושאי הלימוד	**דגשים ודוגמאות**

<table dir="rtl">
<tr>
<td></td>
<td>

פונקציה היא התאמה של מספר יחיד לכל מספר שנבחר.

<u>דגשים</u>:

1. התוכנית מתייחסת ל**פונקציות מספריות** בלבד.
2. פונקציה מוצגת גם כ"מכונה" שפולטת מספר יחיד (ה**פלט**) לכל מספר שמוצב בה (ה**קלט**).
3. אפשר **לסמן פונקציה באות**, למשל f, ואז הערך שהפונקציה מתאימה ל-x מסומן ב-f(x) (למשל, הפונקציה מתאימה ל-5 את הערך f(5)).
אפשר **לסמן פונקציה גם במשוואה הקושרת בין x לבין y**. בכל מקרה מומלץ לאמץ גישת סימון יחידה ולדבוק בה. בכיתה ח יוצגו שתי שיטות הסימון המקובלות.
4. פונקציה מוצגת גם באמצעות **גרף** במערכת צירים כך שלכל ערך x בציר האופקי מותאמת נקודה יחידה (x,y) על הגרף.
5. אם x הוא מספר שהפונקציה אינה מתאימה לו אף מספר, אז אומרים שהפונקציה **אינה מוגדרת** בעבור ערך זה של x.
אם יש תחום שהפונקציה אינה מתאימה למספרים שבו אף מספר, אז אומרים שהפונקציה אינה מוגדרת בעבור תחום זה.

<u>דוגמאות</u>:

1. תארו באופן אלגברי את כלל ההתאמה של פונקציה המתאימה לאורך צלע של ריבוע את שטח הריבוע.
2. לפניכם קישור לגרף המתאר את מפלס הכנרת משנת 1990 עד שנת 2001.
http://gvirtzman.es.huji.ac.il/800x600/courses/pic12-2.htm
גרף זה מתאר פונקציה מכיוון שלכל חודש שנבחר מתאים גובה יחיד של מפלס הכנרת. ראו שאלות אפשריות בסעיף "גרפים שימושיים".
3. מכונות התדלוק שבתחנת דלק מציגות את העלות שיש לשלם עבור כמות הדלק שנשאב מהן. הקלט של מכונת התדלוק הוא כמות הדלק שנשאב והפלט הוא העלות. כלל ההתאמה בין כמות הדלק לעלות מקיים את התנאים הבאים:
- בתדלוק עצמי המחיר הוא 7 שקלים לכל ליטר דלק.
- בתדלוק על ידי מתדלק בשעות היום המחיר הוא 7.35 שקלים לכל ליטר דלק.
- בתדלוק על ידי מתדלק בשעות הלילה המחיר הוא 7.35 שקלים לכל ליטר דלק, עם תוספת קבועה (בלתי תלויה בכמות הדלק) של 2 שקלים.
שלושת התיאורים הללו המתאימים עלות לכל כמות דלק מתארים שלוש פונקציות שונות. תארו אותן באופן אלגברי.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

ייצוגים שונים של פונקציה

</td>
<td>

התלמידים לומדים לייצג פונקציות באמצעים הבאים:

ייצוג מילולי: תיאור מילולי של כלל ההתאמה.
ייצוג גרפי: סימון כל הנקודות (x,y) שבהן y = f(x),
ייצוג טבלאי: טבלה מספרית עם ציון הכינוי של הגדלים המתוארים בה.
ייצוג אלגברי: ביטוי כלל ההתאמה באמצעות ביטוי אלגברי.

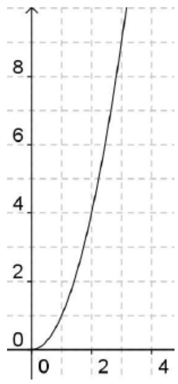
<u>דגש</u>:

התלמידים ידעו להמיר ייצוגים שונים של פונקציה כשהדבר אפשרי.

</td>
</tr>
</table>

דוגמה:

נתבונן בפונקציה המתאימה לאורך (בס"מ) צלע של ריבוע את שטחו (בסמ"ר).
ייצוג מילולי: שטח הריבוע שווה למכפלת אורך צלעו בעצמו.
ייצוג גרפי:



ייצוג טבלאי:

אורך צלע בס"מ	0.5	1	$\sqrt{2}$	3	4.5	11
שטח הריבוע בסמ"ר	0.25	1	2	9	20.25	121

הערה: כשהמשתנה רציף הייצוג הטבלאי הוא חלקי בלבד וקיימת הנחה שהערכים המיוצגים מאפשרים לדעת על הערכים שאינם מיוצגים.

ייצוג אלגברי: אם נסמן את אורך צלע ריבוע ב- x ואת שטח הריבוע ב-y, אז הפונקציה היא $y = x^2$. אם נסמן את הפונקציה ב-f, אז הפונקציה היא $f(x)=x^2$.
הפונקציה אינה מוגדרת בעבור $x<0$.

הִשתנות של פונקציה

הִשתנות של פונקציה היא השינוי בערך של y (או של f(x)) כש-x משתנה.

דגשים:

1. יש להדגים באמצעות טבלאות וגרפים כיצד פונקציה מתארת תופעה. מהכרת הפונקציה אפשר ללמוד על השתנות של תופעה.
2. ההשתנות של פונקציה באה לידי ביטוי בייצוג הגרפי במעבר מנקודה אחת על הגרף לנקודה אחרת עליו, והשינוי של ערכי הפונקציה בין שתי הנקודות.
3. בתחום שבו הפונקציה אינה משתנה נאמר שהפונקציה **קבועה**.

דוגמה:

בכל אחת מהפונקציות הבאות בחרו שני ערכים של x ומצאו מהי ההשתנות של הפונקציה בין שתי נקודות אלה:

א. פונקציה המתארת תנועה של גוף מתארת השתנות של מיקום הגוף בהתאם להשתנות נקודת הזמן.

ב. פונקציה המתארת את מפלס הכנרת מתארת השתנות של גובה פני המים בהתאם להשתנות נקודת הזמן.

ג. פונקציה המתארת תשלום בעבור קניית דלק מתארת את ההשתנות של עלות הדלק בהתאם להשתנות הכמות שנשאבת.

ד. פונקציה המתארת את טמפרטורת האוויר באטמוספרה מתארת את השתנות הטמפרטורה בהתאם להשתנות גובה המדידה.

עלייה וירידה של פונקציה

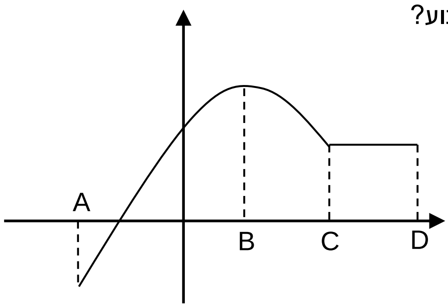
פונקציה נקראת עולה (יורדת) בתחום אם הערך של y גדול (קטן) יותר ככל שערך של x גדול יותר, לכל x בתחום.

<u>דגשים</u>:

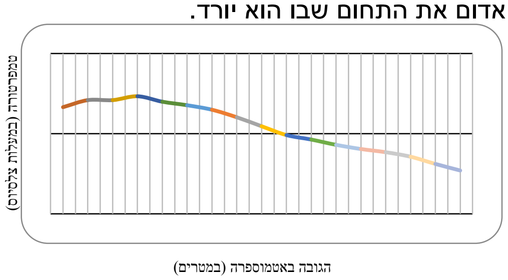
1. המושגים של עלייה וירידה של פונקציה בתחום יוצגו ויוסברו באמצעות טבלה וגרף.
2. המושגים של עלייה וירידה של פונקציה בתחום יוסברו בדרך איכותנית על ידי התבוננות בהשתנות הערכים של y כשהערכים של x מסודרים בטבלה בסדר עולה.
3. המושגים של עלייה וירידה של פונקציה בתחום יוסברו בדרך איכותנית על ידי התבוננות במהלך הגרף משמאל לימין.
4. יש להבהיר את ההבדל בין **הגרף** בתחום העלייה לבין **תחום העלייה**.
5. התלמידים צריכים לזהות את תחומי העלייה והירידה של פונקציה ולכתוב אותם בכתיב אלגברי.

<u>דוגמאות</u>:

1. הגרף שבשרטוט עולה בקטע AB. באיזה קטע הגרף יורד ובאיזה קטע הוא קבוע?



2. שרטטו גרף של פונקציה, כשמשיכת כלי הכתיבה כל הזמן לכיוון ימין. סמנו במרקר צהוב את התחום שבו הגרף עולה ובמרקר ירוק את התחום שבו הוא יורד.
3. התבוננו בגרף המתאר את מפלס הכנרת. סמנו במרקר צהוב את התחום שבו הגרף עולה ובמרקר ירוק את התחום שבו הוא יורד.
4. לפניכם גרף המתאר את הטמפרטורה שנמדדה באטמוספרה בעזרת בלון. הנתונים נלקחו משרות מזג האוויר העולמי.
התבוננו בגרף וסמנו במרקר כחול את התחום שבו הוא עולה ובמרקר אדום את התחום שבו הוא יורד.



5. התבוננו בגרף המתאר את גובהו של נער מעל האדמה בזמן שהוא מסתובב שני סיבובים בגלגל ענק. סמנו במרקר צהוב את **התחום** שבו

הגרף עולה ובמרקר ירוק את **חלקי הגרף** שבהם הוא עולה.

6. עבור הפונקציה המתוארת באמצעות הגרף הבא, זהו ורשמו את התחום שבו הפונקציה יורדת.

השתנות של פונקציה בקצב אחיד ובקצב לא אחיד

קצב ההשתנות של פונקציה הוא המנה שבין השינוי בערכי ה- y לבין השינוי בערכי ה- x שלה. אם אותה המנה מתקבל לכל שני ערכים שונים של x, אז קצב ההשתנות הוא אחיד. בכל מקרה אחר הפונקציה משתנה בקצב שאינו אחיד.

<u>דגש:</u>

צריך להבדיל בין השתנות בקצב אחיד לבין השתנות בקצב לא אחיד כשהפונקציה מיוצגת באמצעות טבלה או גרף:

א. כשהטבלה מוצגת כך שערכי ה- x מסודרים בסדר עולה ובהפרשים קבועים, קצב ההשתנות הוא קבוע אם גם ערכי ה-y בהפרשים קבועים.

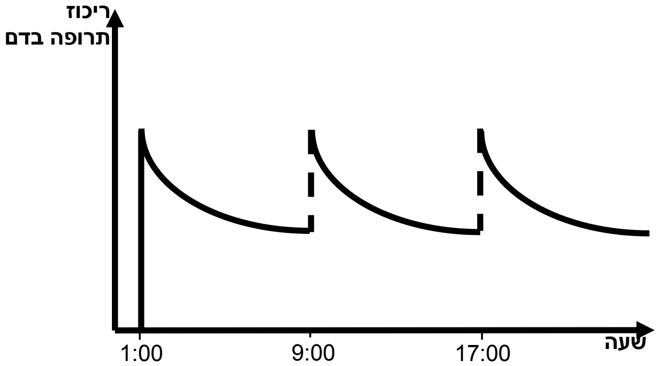
ב. הביטוי הגרפי של קצב ההשתנות של הפונקציה הוא היחס שבין השינוי האנכי של הגרף לבין השינוי האופקי שלו. מקובל לכנות זאת **קצב שינוי על פני מדרגה**. גרף משתנה בקצב אחיד אם קצב השינוי הוא זהה על פני כל המדרגות, ובמקרה זה הגרף הוא **קו ישר**. בכל מקרה אחר, הגרף משתנה בקצב שאיננו אחיד.

<u>דוגמה להשתנות בקצב אחיד:</u>

הטמפרטורה של נוזל היא 8°c. מחממים את הנוזל בקצב אחיד כך שהטמפרטורה שלו תהיה 58°c כעבור 5 דקות.
א. בכמה מעלות מתחמם הנוזל בכל דקה?
ב. שרטטו גרף המתאר את התחממות הנוזל במשך 9 דקות.
ג. מה תהיה הטמפרטורה אחרי 3 דקות?
ד. אחרי כמה דקות תהיה הטמפרטורה 78°c?

דוגמה להשתנות בקצב שאינו אחיד:

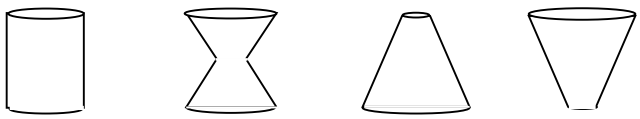
הגרף הבא מתאר ריכוז של תרופה בדם לאורך זמן. הריכוז עולה כמעט מיידית עם הזרקת התרופה והוא יורד במשך הזמן עם פינוי התרופה מהגוף. (הערה: העלייה המהירה בריכוז התרופה מתוארת בגרף בקווים כמעט מאונכים)



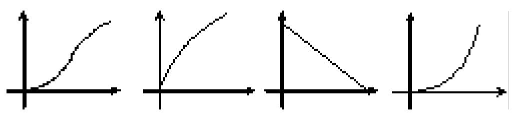
א. באיזו שעה ניתנה הזריקה הראשונה וכל כמה שעות מזריקים את התרופה? הסבירו.
ב. מתי יורד ריכוז התרופה בדם בקצב יותר מהר: שעה אחרי או שעה לפני נטילתה? הסבירו.

דוגמה:

לפניכם ארבעה כלים.



מניחים כל כלי מתחת לברז שהמים נשפכים ממנו בקצב אחיד.
א. תארו כיצד ישתנה בזמן גובה המים בכל אחד מהכלים.
מתי ישתנה מהר ומתי ישתנה לאט? באיזה כלי משתנה גובה המים בקצב אחיד?
ב. שלושה מהגרפים הבאים מתארים את ההשתנות בזמן של גובה המים בשלושה מן הכלים. התאימו כל גרף לאחד הכלים. הסבירו מדוע הגרף השני מימין אינו מתאים לאף כלי ותקנו אותו כך שיתאים לכלי הרביעי.



פתרון משוואות קוויות

פתרון של משוואות שצורתן: $ax + b = cx + d$ וכן משוואות שניתן להעבירן לצורה זו, למשל: $a(bx + c) = d(fx + e)$.

דגשים:

1. פרק זה הוא המשך של פרק פתרון המשוואות בסבב 2, שבו המשוואות היו מוגבלות למצב שבו המשתנה מופיע באגף אחד בלבד.

2. פתרון המשוואות הוא כלי עזר לפתרון שאלות מילוליות, ורמת השאלות המילוליות היא שקובעת את רמת הטכניקה הנדרשת.

3. פתרון המשוואות יילמד במשולב עם פתרון שאלות מילוליות.

4. המקדמים צריכים להיות גם שברים ומספרים מכוונים.

5. ניתן לנצל את הידע שנרכש בתחום הגרפים כדי לפתור משוואות גם על ידי שרטוט גרפים של שני האגפים. כיוון ששרטוט גרף אחד הוא סימון כל הנקודות (x,y) שבהן y = ax+b, ושרטוט גרף שני הוא סימון כל הנקודות (x,y) שבהן y = cx+d, הרי שנקודת החיתוך של שני הגרפים מאפיינת את כל הנקודות (x,y) שבהן ax + b = cx + d.

שאלות מילוליות בשילוב משוואות קוויות

השאלות תעסוקנה בתכנים שונים ותתאמנה למשוואות מהצורה: ax + b = cx + d או a(bx + c) = d(fx + e)

דגשים:

1. ניתן לפתור את השאלות באמצעים גרפיים ו/או אלגבריים.

2. שאלות אחדות תיפתרנה באופן חלקי בלבד לצרכים הבאים:
- זיהוי המשמעות של המשתנה שנבחר.
- זיהוי המשוואה המתאימה.
- זיהוי הגרף המתאים.
- זיהוי הפונקציה המתאימה.

דוגמאות:

1. לדני היו פי שניים יותר בולים מאשר לרינה. לאחר שנתן לרינה 7 בולים היה להם מספר שווה של בולים. כמה בולים יש להם יחד?
נתונים שלושה תיאורים אפשריים של משתנים ושלוש משוואות. התאימו לכל בחירה של משתנה את המשוואה המתאימה לו:

x מתאר את מספר הבולים שהיו לדני בתחילה.	$x - 7 = \frac{x}{2} + 7$
x מתאר את מספר הבולים שהיו לרינה בתחילה.	$\frac{x}{2} + 7 = 2(\frac{x}{2} - 7)$
x מתאר את מספר הבולים שהיו לדני ולרינה יחד.	$2x - 7 = x + 7$

2. תכננו מסיבת יום הולדת בעבור 18 ילדים והכינו לכל ילד אותו מספר של מדבקות. לבסוף הגיעו 20 ילדים וכל ילד קיבל 2 מדבקות פחות מהמתוכנן. כמה מדבקות תוכננו לכל ילד מלכתחילה?
x מייצג את ____________________
המשוואה המתאימה: _________________________________

3. נתונים ריבוע ומשולש שווה-צלעות. אורך צלע במשולש גדול ב-1 ס"מ מאורך צלע בריבוע. היקפו של הריבוע גדול ב-3 ס"מ מהיקפו של המשולש.
א. נסמן ב- x את צלע הריבוע. מתוארות ארבע פונקציות: קבעו אילו מבין הפונקציות מתארות את היקפו של הריבוע, ואילו מתארות את היקפו של המשולש:
$f(x) = 4x$ $g(x) = 4x - 3$ $k(x) = 3(x + 1)$ $m(x) = 3(x + 1) + 3$
ב. מהו אורך צלע הריבוע?

4. דן גדול מיואב ב-6 שנים. לפני 4 שנים היה גילו של דן פי 2 מגילו של יואב. בני כמה דן ויואב כיום? 5. בתחנת דלק א מחיר הדלק 6.45 שקלים לליטר ועמלת התדלוק בלילה 4 שקלים. בתחנת דלק ב מחיר הדלק 6.55 שקלים לליטר ועמלת התדלוק בלילה 2 שקלים. מהי כמות הדלק שבעבורה עלות התדלוק בלילה בשתי התחנות תהיה שווה?	

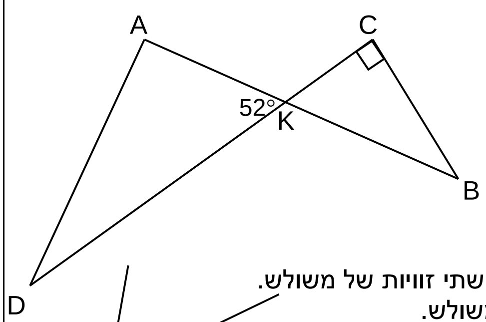
משולש	מטרת הפרק היא הכרת המשולש ותכונותיו הבסיסיות באמצעות התנסות קדם דדוקטיבית. הכרות זו כוללת מיון משולשים לסוגיהם, שרטוט בעזרת סרגל, משולש ומד זווית (עם תלמידים מתקדמים אפשר להתחיל בבניות בעזרת סרגל ומחוגה) וחישובים. שרטוט המשולשים מספק רקע אינטואיטיבי לקראת חפיפתם. כמו כן בפרק זה תהיה התנסות באילוצים על אורכי צלעות וגודל זוויות שצרופם הוא בלתי אפשרי לצורך בניית משולש.
הכרת המשולש	**משולש - צורה הנוצרת על ידי שלוש נקודות (שאינן על ישר אחד) ושלושת הקטעים המחברים אותן.** <u>דגשים:</u> 1. יש לעסוק בזיהוי סוגים של משולשים: **משולש שווה-צלעות**, **משולש שווה-שוקיים**, **משולש ישר-זווית**, **משולש חד-זוויות ומשולש קהה-זווית** וכן לעסוק בקשר בין שני המיונים. 2. יש לשרטט משולשים באמצעות סרגל משולש ומד-זווית. <u>דוגמאות:</u> 1. שרטטו משולש שונה-צלעות, משולש ישר-זווית, משולש קהה-זווית שבכל אחד מהם יש צלע באורך 5 ס"מ. 2. שרטטו משולש שווה-שוקיים שאורך השוק הוא 5 ס"מ. כמה משולשים שונים ניתן לבנות על פי נתון זה? 3. שרטטו משולש שווה-שוקיים ששתיים מזוויותיו הן בנות 40° ואורך הצלע ביניהן הוא 5 ס"מ. 4. שרטטו בעזרת סרגל ומחוגה משולש שווה-צלעות שאורך הצלע שלו הוא 5 ס"מ. 5. שרטטו משולש שבו צלע אחת באורך 5 ס"מ, צלע שנייה באורך 3 ס"מ והזווית ביניהן בת 70°. כמה משולשים שונים ניתן לבנות על פי נתונים אלה? 6. נתונות שתי צלעות באורך 4 ס"מ ו-6 ס"מ, כמה משולשים שונים ניתן לבנות על פי נתונים אלה? 7. שרטטו משולש שבו שתי זוויות, האחת בת 30° והשנייה 50° והצלע בין קודקודיהן היא באורך 4 ס"מ. כמה משולשים שונים ניתן לבנות על פי נתונים אלה? 8. בדקו את האפשרויות הבאות ונמקו: - האם יתכן שמשולש ישר-זווית יהיה שווה-צלעות? - האם יתכן שמשולש שווה-צלעות יהיה משולש קהה-זווית?
זוויות המשולש	**סכום זוויות במשולש הוא 180°**

<u>דגשים</u>:

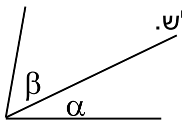
1. העובדה תנומק בעזרת קיפולי נייר ובאמצעות העברת ישר מקביל דרך אחד הקודקודים ושוויון הזוויות המתחלפות.
2. יש לעסוק במדידת זוויות במשולשים, בחישובים ובתובנה כמו: אם המשולש ישר-זווית אז סכום הזוויות החדות הוא $90°$, במשולש קהה-זווית שתי הזוויות האחרות חדות וכו'.
3. יש להרחיב את המושג "חוצה זווית" שנלמד בפרק "זוויות" ל"חוצה זווית במשולש" ולערוך מדידות וחישובים בעזרת חוצה הזווית.
4. יש לעסוק בסכום הזוויות במשולש באמצעים מספריים ואלגבריים, כולל פתרון משוואות.

<u>דוגמאות</u>:

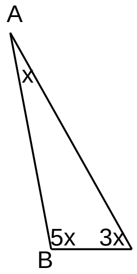
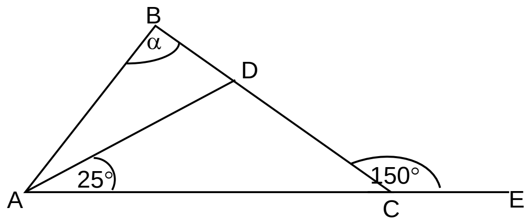
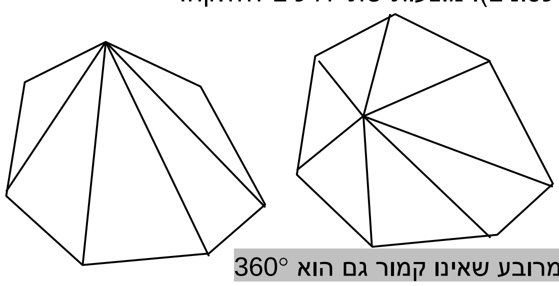
1. שרטטו משולשים שבהם הזוויות הן בנות: $30°$, $50°$, $100°$.
2. בשרטוט נתון: AB ו- CD הם קטעים הנחתכים בנקודה K.
$\sphericalangle AKD = 52°$, $DC \perp CB$
חשבו את גודל $\sphericalangle B$.



3. נתון כי הזוויות α ו- β שבשרטוט הן שתי זוויות של משולש.
שרטטו את הזווית השלישית של המשולש.
איזה משולש מתאים לשלוש זוויות אלה?

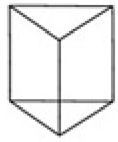


4. איזו מבין הטענות הבאות <u>נכונה תמיד</u>? נמקו.
א. אם במשולש שתי זוויות חדות, גם הזווית השלישית חדה
ב. במשולש ישר-זווית, כל אחת משתי הזוויות האחרות שווה $45°$
ג. במשולש ישר-זווית, שתי הזוויות האחרות חדות
ד. בכל משולש, לפחות שתיים מהזוויות הן חדות
5. איזו מבין הטענות הבאות <u>אינה נכונה</u>?
א. קיים משולש ישר-זווית ובו זווית בת $60°$
ב. קיים משולש שווה-שוקיים בו זוויות הבסיס קהות
ג. קיים משולש שווה-שוקיים בו זווית הראש קהה
ד. קיים משולש בו אחת הזוויות היא בת $1°$
6. במשולש ABC נתון כי זווית A שווה ל- $100°$.
איזה מבין הטענות הבאות <u>אינה נכונה</u>?
א. הזווית B קטנה מזווית A
ב. זווית B קטנה מ-$90°$
ג. המשולש ABC הוא משולש קהה-זווית
ד. סכום הזוויות B ו- C גדול מזווית A.

	7. בשרטוט שלפניכם x מייצג את הגודל של זווית A במשולש ABC. היעזרו בנתונים המופיעים בשרטוט וחשבו את הגודל של זווית A.  8. נתון משולש ABC. CE הוא המשך הצלע AC (ראו שרטוט). AD הוא חוצה זווית BAC. נתון: $\sphericalangle DAC = 25^\circ$, $\sphericalangle BCE = 150^\circ$ מה גודלה של הזווית α? 
זוויות במרובע **זוויות במצולעים**	**סכום זוויות במרובע הוא 360°.** **סכום זוויות במצולע בעל n צלעות הוא 180(n – 2)** <u>דגש</u>: 1. העובדה תנומק על ידי חלוקת המרובע (או המצולעים) למשולשים על ידי אלכסון (או האלכסונים). מוצעות שתי דרכים לחלוקה:  2. סכום הזוויות במרובע שאינו קמור גם הוא 360° 3. ניתן להגיע לחישוב גודל כל זווית במצולע משוכלל בעל n צלעות.
צלעות המשולש	**סכום שתי צלעות במשולש גדול מצלע שלישית** הטענה תתקבל באמצעות שימוש במודלים כמו קשיות, ישרים משורטטים על שקף, שרטוט משולשים, כשנתונים אורכים של צלעות. <u>דגש</u>: במשולש ישר זווית היתר גדול מכל אחד מהניצבים. <u>דוגמאות</u>: 1. במשולש נתונות שתי צלעות: AB = 12 ס"מ ו- AC = 5 ס"מ. איזו מבין הטענות הבאות <u>אינה אפשרית</u>? (ניתן להיעזר בשרטוט משולשים) א. המשולש ABC שווה-שוקיים והבסיס שלו 5 ס"מ ב. המשולש ABC שווה-שוקיים והבסיס שלו 12 ס"מ ג. המשולש ABC ישר-זווית והצלעות AB ו- AC ניצבים שלו ד. המשולש ABC ישר-זווית ו- AB הוא היתר במשולש 2. נתונים שלושה מקלות באורכים שונים. כמה משולשים שונים ניתן לבנות בעזרתם? 3. נתון חוט שאורכו 12 ס"מ. יש לגזור את החוט לשלושה חלקים כך ש: - ניתן יהיה ליצור משולש מהחלקים - אי אפשר יהיה ליצור משולש מהחלקים

מנסרה משולשת ישרה
הכרות עם הגוף,
חישוב שטח פנים,
חישוב נפח, פריסה

מנסרה משולשת ישרה היא גוף ששתיים מהפאות הן משולשים ו-3 פאות הן מלבנים. המשולשים נקראים בסיסי המנסרה, המלבנים נקראים פאות צדדיות של המנסרה.

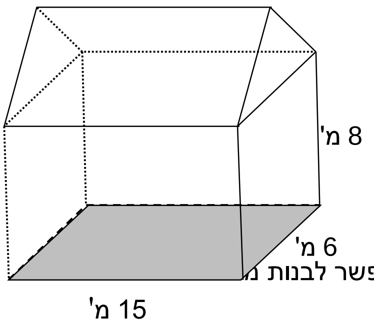


דגשים:

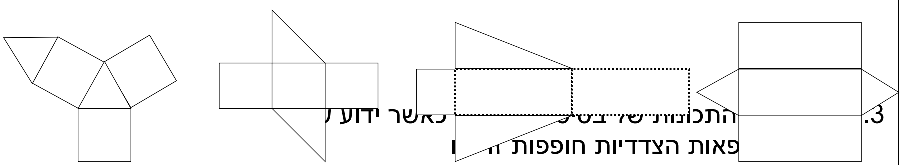
1. ניתן לקבל נפח של מנסרה משולשת, שהבסיס שלה משולש ישר-זווית על ידי חציית התיבה לשתי מנסרות. (כפי שנעשה בנושא השטח במעבר ממלבן למשולש ישר-זווית).
2. ניתן לקבל נפח של מנסרה משולשת כלשהי כסכום או הפרש של שתי מנסרות שבסיסיהן משולשים ישרי זווית.
3. יש ללמוד לחשב את שטח הפנים והנפח של מנסרה שממדיה נתונים באמצעים מספריים ואלגבריים.
4. יש לדון בהשתנות שטח פני המנסרה המשולשת כתוצאה משינויים חיבוריים וכפליים באורכי המקצועות, למשל, במקרים בהם אורכי כל המקצועות מוכפלים פי 2.
5. יש לדעת לשרטט פריסה של מנסרה משולשת.
6. ניתן לשלב ידע על צורות חופפות, סוגי משולשים ומנסרות משולשות.

דוגמאות:

1. א. מאילו גופים מורכב המבנה באיור?
ב. חשבו את נפח המבנה אם נתון שהגובה של הגג הוא 2 מ'.
ג. אם נפח הגג הוא 765 מ"ק, מה גובהו של הגג?



2. בדקו את הפריסות הבאות וקבעו מאילו מהן אפשר לבנות מ
אי אפשר.



3. התכונות של בסיס... כאשר ידוע ש...
- ...פאות הצדדיות חופפות ...
- שתיים מהפאות הצדדיות חופפות זו לזו
- הפאות הצדדיות של המנסרה אינן חופפות
4. דונו במקרים שבהם מצרוף של שתי מנסרות משולשות ניתן לקבל:
- מנסרה משולשת
- תיבה
- גוף אחר